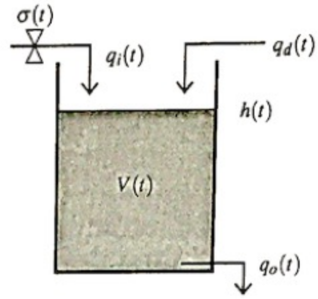
ELO270 – S2 2016 – Control #1 – 10 de agosto de 2016

Problema 1.1 *El estanque de la figura que puede modelarse por*

$$A\frac{dh(t)}{dt} = q_i(t) + q_d(t) - q_o(t)$$

en que la entrada es un caudal $q_i(t)$, la salida $h(t)$ es el nivel de líquido en el estanque (A es el área transversal), y $q_o(t) = k_o\sqrt{h(t)}$ es el caudal en la base que depende del nivel $h(t) \geq 0$. Suponga que el caudal externo $q_d(t)$ es cero.



(a) *Obtenga el modelo linealizado del estanque en torno a un punto de operación determinado por $q_i(t) = q_Q$ (constante) que relacione las variaciones del flujo de entrada con las variaciones en el nivel del estanque.*

Para dicho modelo linealizado...

(b) *Determine la función de transferencia, sus polos y sus ceros.*

(c) *Haga un gráfico de la respuesta a escalón.*

(d) *Haga el diagrama de Bode.*

(a) $q_i(t) = q_Q + \Delta q_i(t)$
$h(t) = h_Q + \Delta h(t)$

pto. de operación tal que

$$\boxed{0 = q_Q - k\sqrt{h_Q}}$$

Para linealizar: Taylor de primer orden de la función no lineal:

$$A\frac{d}{dt}(\Delta h(t)) \approx \underbrace{\left[q_Q + \Delta q_i(t)\right]}_{q_i(t)} + \underbrace{\cancel{q_d(t)}}_{0} - k_o\left[\sqrt{h_Q} + \frac{1}{2\sqrt{h_Q}}\underbrace{(h(t)-h_Q)}_{\Delta h(t)}\right]$$

Reemplazando la ecuación del punto de operación, se obtiene:

$$\boxed{A\frac{d}{dt}(\Delta h(t)) = \Delta q_i(t) - \frac{k_o}{2\sqrt{h_Q}}\Delta h(t)}$$

(b) $$H(s) = \left.\frac{\mathcal{L}\{\Delta h(t)\}}{\mathcal{L}\{\Delta q_i(t)\}}\right|_{c.i.=0} = \frac{1}{As + \frac{k_o}{2\sqrt{h_Q}}}$$

ceros: no hay

polos: sólo uno en $s = \frac{-k_o}{2A\sqrt{h_Q}}$

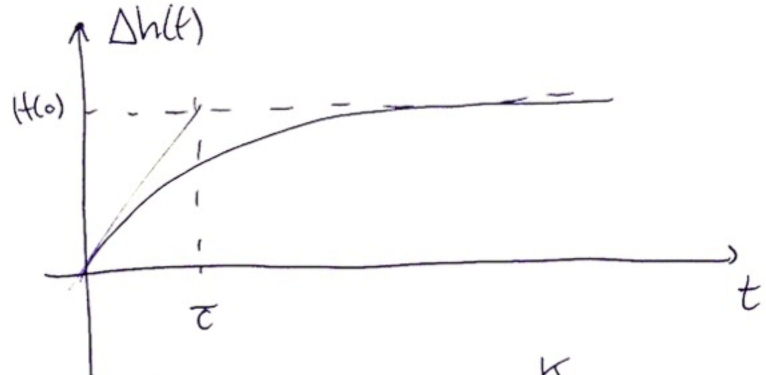
(y es un polo estable)

(c) Respuesta a escalón (unitario)

De la función transferencia $\tau = \dfrac{2A\sqrt{h_a}}{k_o}$ constante de tiempo

$H(0) = \dfrac{2\sqrt{h_a}}{k_o}$ ganancia a DC

y



(d) Forma de Bode: $H(j\omega) = \dfrac{K}{\dfrac{j\omega}{\omega_c} + 1}$ en que $K = \dfrac{2\sqrt{h_a}}{k_o} = H(0)$

$\omega_c = \dfrac{k_o}{2A\sqrt{h_a}}$