Solución

ELO270 – S2 2016 – Control #2 – 24 de agosto de 2016

Problema 2.1 *Una planta con entrada $u(t)$ y salida $y(t)$ satisface la ecuación*

$$\frac{dy(t)}{dt} = -\alpha y(t) + \ln(1+u(t))$$

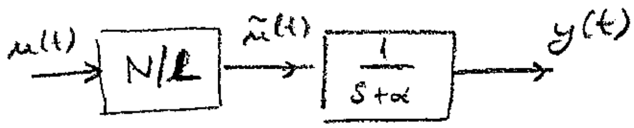
en que $\alpha > 0$.

(a) Proponga un controlador de lazo abierto que permita seguir en estado estacionario una referencia constante $y^* > 0$.

(b) Para el diseño realizado, determine la salida de la planta $y(t)$ cuando la referencia es un escalón unitario $r(t) = y^* \mu(t)$, suponiendo condiciones iniciales iguales a cero.

(a) Sea $\tilde{u}(t) = \ln(1+u(t))$

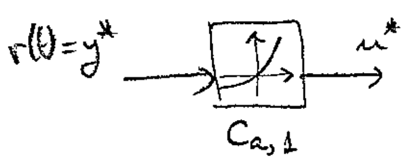
$\Rightarrow$ El sistema es



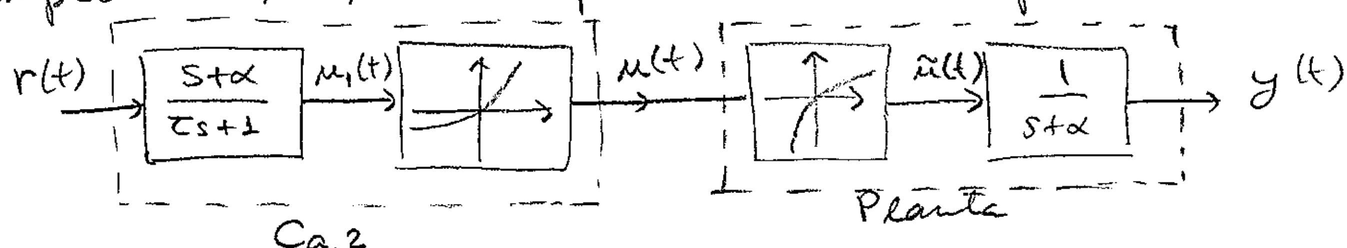
Para determinar un control de lazo abierto puede calcularse la entrada constante $u(t) = u^*$ de tal forma que $y(t) = y^*$

$\Rightarrow \quad 0 = -\alpha y^* + \ln(1+u^*)$

$\Rightarrow \quad \boxed{u^* = e^{\alpha y^*} - 1}$ es decir este un controlador de lazo abierto que invierte la NO linealidad y la ganancia a continuo del bloque lineal



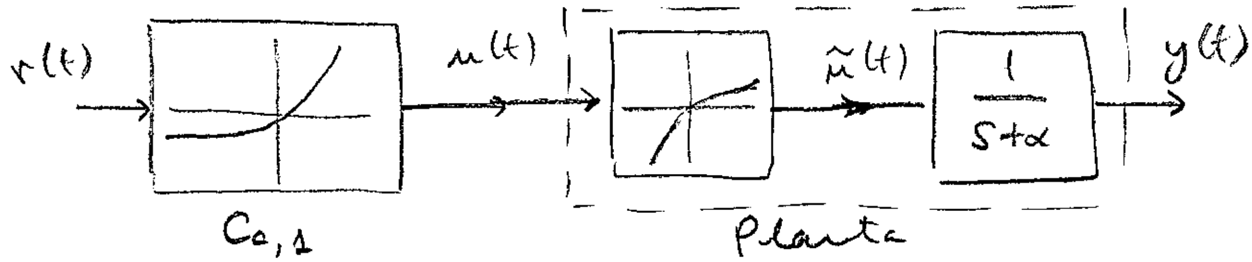
Alternativamente es posible invertir la no linealidad y, además, implementar un inverso aproximado del bloque lineal:



JYE – 23 de agosto de 2016

en este caso $u(t) = e^{u_1(t)} - 1$

(b) En el caso que el controlador de lazo abierto es <u>estático</u> (sólo invierte la no linealidad y la ganancia a continua de la planta):



Entonces $\frac{Y(s)}{\tilde{U}(s)} = \frac{1}{s+\alpha}$ y $\frac{\tilde{U}(s)}{R(s)} = \alpha \Rightarrow \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\alpha}{s+\alpha}$

Pues si:
$$\left.\begin{aligned} r(t) &= y^* \mu(t) \\ u(t) &= e^{\alpha r(t)} - 1 \\ \tilde{u}(t) &= \ln(1 + u(t)) \end{aligned}\right\} \tilde{u}(t) = \alpha y^* \mu(t)$$

$$\Rightarrow y(t) = y^* (1 - e^{-\alpha t}) \mu(t)$$

En el caso que, además, el controlador invierte aproximadamente el bloque lineal:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{\tau s + 1}$$

Por tanto si $r(t) = y^* \mu(t) \Rightarrow y(t) = y^* (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \mu(t)$

(Es decir, puede mejorarse el transitorio de la salida con el segundo esquema... por supuesto a costa de mayor energía en la actuación $u(t)$ ...
<u>NO FREE LUNCH THEOREM</u>)