Solución

ELO270 – S2 2016 – Control #4 – 21 de septiembre de 2016

Problema 4.1 *Considere un lazo de control estándar con un grado de libertad en que se utiliza un controlador $C(s)$ de tipo PI para controlar una planta con modelo nominal $G_o(s)$, en que:*

$$C(s) = \frac{K_p(s+\alpha)}{s} \qquad G_o(s) = \frac{1}{s}$$

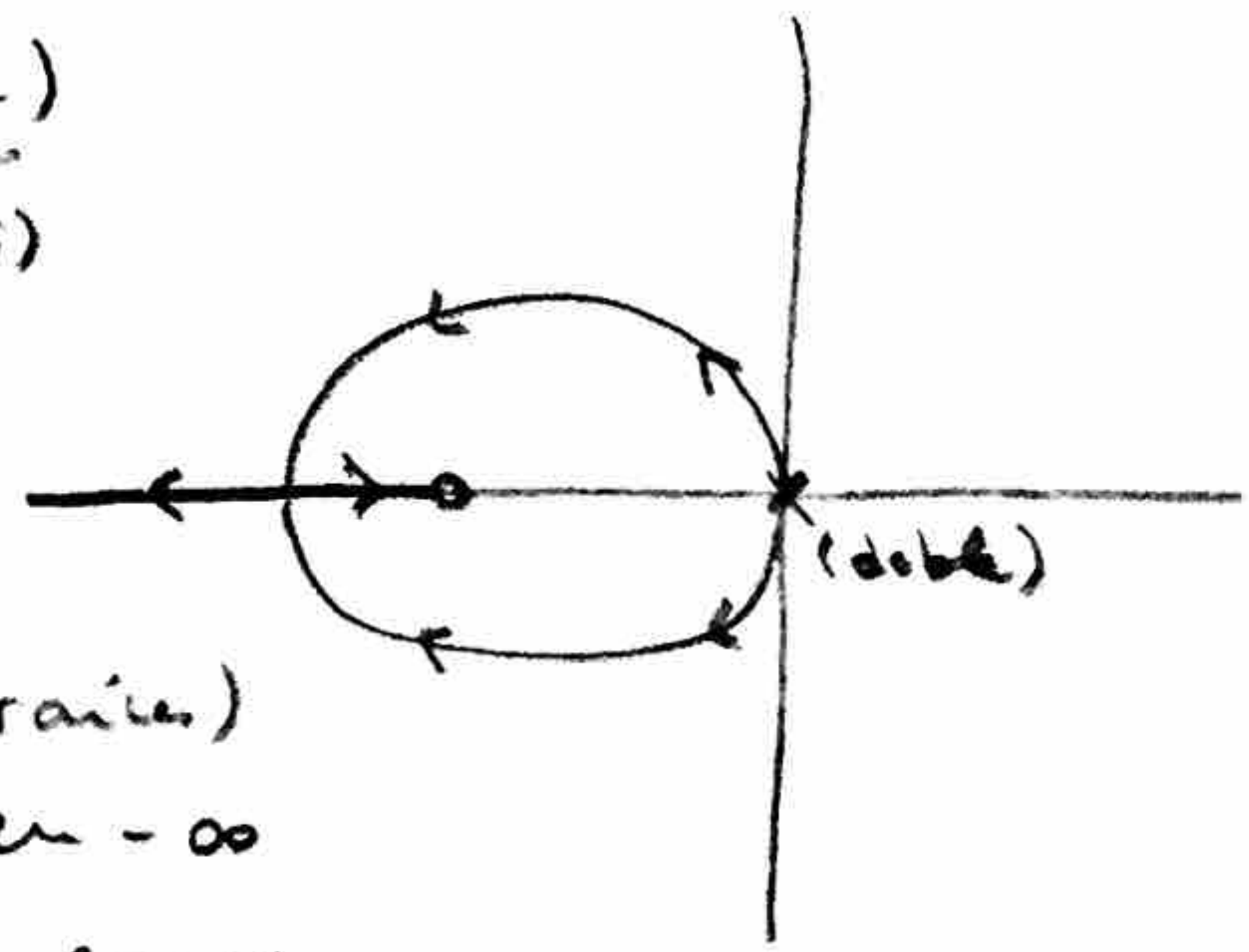
(a) *Si $\alpha > 0$ (fijo), usando el lugar geométrico de las raices del polinomio de lazo cerrado determine si el lazo nominal es internamente estable cuando $K_p \in \mathbb{R}^+$.*

(b) *Si el modelo* **verdadero** *de la planta incluye un polo no modelado, es decir,*

$$G(s) = \frac{1}{s(\tau s + 1)}$$

determine bajo qué condiciones el lazo **verdadero** *es internamente estable.*

(a) $A_{cl}(s) = \underbrace{s^2}_{D(s)} + \underbrace{k_p}_{\lambda} \underbrace{(s+\alpha)}_{N(s)}$



N(s) tiene raiz en $s=-\alpha<0$

D(s) tiene raiz doble en $s=0$

LGR comienza en $s=0$ (dos raices)

LGR termina en $s=-\alpha$ y en $-\infty$

Hay LGR a la izquierda de $s=-\alpha$

Del diagrama se observa que el lazo NOMINAL es estable para todo $k_p>0$

(b) Si $G(s) = \dfrac{1}{s(\tau s+1)}$

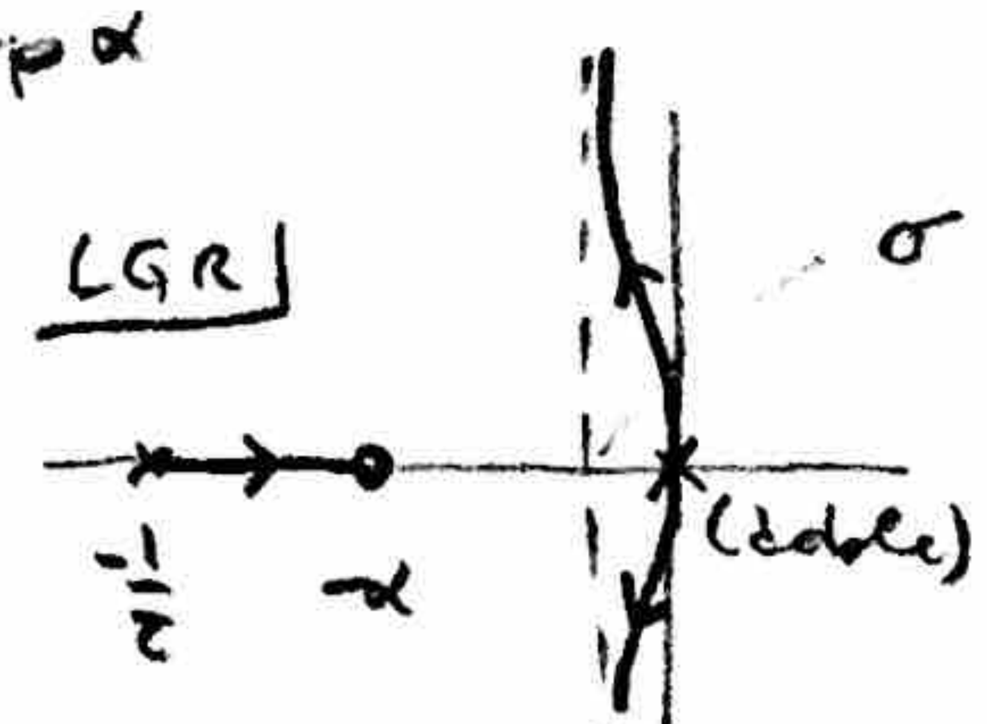
$\Rightarrow A_{cl}(s) = s^2(\tau s+1) + k_p(s+\alpha)$

$= \tau s^3 + s^2 + k_p s + k_p \alpha$

ROUTH

s^3	τ	k_p
s^2	1	$k_p\alpha$
s	$k_p - k_p\alpha\tau$	0
1	$k_p\alpha$	

LGR



$\sigma = \dfrac{-\frac{1}{\tau}+\alpha}{3-1}$

σ debe ser negativo

$\Updownarrow$

$-\frac{1}{\tau}+\alpha<0$

$\Updownarrow$

$\boxed{\alpha < \frac{1}{\tau}}$

Para estabilidad: $\begin{cases} \tau > 0 \\ k_p - k_p\alpha\tau > 0 \Leftrightarrow 1-\alpha\tau>0 \Leftrightarrow \boxed{\tau < \frac{1}{\alpha}} \\ k_p\alpha > 0 \end{cases}$