Solución

# ELO270 – S2 2016 – Control #7 – 23 de noviembre de 2016

**Problema 6.1** *Considere una planta representada esquemáticamente por la figura más abajo en que*

$$G_1(s) = \frac{2e^{-0,1s}}{s} \qquad G_2(s) = \frac{1}{\alpha s+1}$$

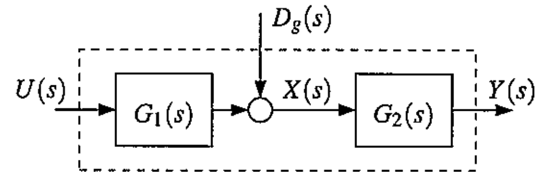
*En el modelo de $G_2(s)$ se sabe que $0,2 < \alpha < 0,25$ pero no se conoce exactamente el valor del parámetro.*

*La perturbación $d_g(t)$ tiene energía en torno a 1 rad/s.*

*Se sabe que los sensores disponibles (para medir $y(t)$, $d_g(t)$ o $x(t)$) introducen ruido de medición no despreciable para frecuencias mayores a 5 rad/s.*

*Se desea seguimiento perfecto a referencias constantes.*

*Proponga un esquema de control que permita estabilizar le planta, indicando claramente cómo su diseño toma en cuenta cada uno de los requisitos de control presentes y la información disponible.*




De la información disponible se obtienen requisitos sobre el lazo de control:

- Error de modelado en $G_2(s)$ ⇒ $|G_\Delta(j\omega)|$ es no despreciable a contar de $\left(\frac{1}{\alpha}\right)_{\text{peor caso}} = \frac{1}{0{,}25} = 4 \left[\frac{rad}{s}\right]$

  ⇒ $B_w(T_o) < 4$ [rad/s] para estabilidad robusta.

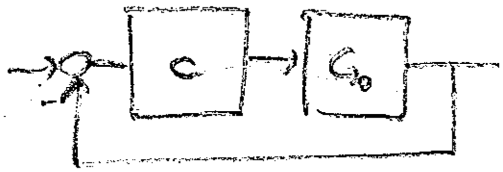
- Perturbación $D_g$ ⇒ $B_w(T_o) > 1$ [rad/s]
- Ruido de medición en $y(t)$ ⇒ $B_w(T_o) < 5$ [rad/s]
- Ruido de medición en $x(t)$ ⇒ $B_w(T_{o1}) < 5$ [rad/s] si se hace control en cascada (lazo interno)
- Ruido de medición en $d_g(t)$ ⇒ $B_w(H_{ff}G_1) < 5$ [rad/s] si se hace prealimentación de perturbación
- Seguimiento perfecto en e.e. a ref. constante ⇒ $T_o(0) = 1$ se puede lograr con integración en $G_1$. Note que si se usa control en cascada, la integración puede NO aparecer en $T_{o1}(s)$, por tanto se incluye en $C_2(s)$.

JYE – 23 de noviembre de 2016

- Retardo en $G_1(s)$: No se puede usar predictor de Smith (planta inestable). Se desprecia o se aproxima por Padé. En ambos casos aparece error de modelado: Si se desprecia ⇒ $|G_\Delta(j\omega)|$ es no despreciable para $\omega > \frac{1}{0.1} = 10$ [rad/s].

  ⇒ $B_w(T_o) < 10$ [rad/s]

1) Note que, dado que NO hay requisitos de diseño contrapuestos se podría usar un esquema de control con un grado de libertad.




en que $G_o = \frac{2}{s\left(\frac{s}{4}+1\right)} = \frac{8}{s(s+4)}$

pues se ha despreciado el retardo ($B_w(T_o) < 10$) y se ha supuesto $\alpha = 0.25$ ($B_w(T_o) < 4$)

No es indispensable incluir integración en $C(s)$ $\Rightarrow$ $r = 0$ y $n = 2$

$\Rightarrow n_c = 1 \Rightarrow \quad C(s) = \frac{p_1 s + p_0}{s + l_0} = \underbrace{\frac{p_1(s+4)}{s+l_0}}_{\text{permite cancelar el polo en } s=-4}$

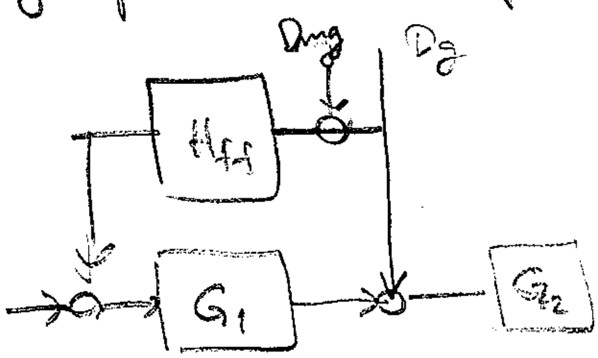
$$A_{cl} = A_o L + B_o P$$

$$\underbrace{(s+2)(s+3)\cancel{(s+4)}}_{B_w(T_o) \approx 2} = s\cancel{(s+4)}(s+l_0) + 8\,p_1\cancel{(s+4)}$$

$$\Downarrow$$

$$s^2 + 5s + 6 = s^2 + l_0 s + 8 p_1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\begin{matrix} l_0 = 5 \\ p_1 = \frac{3}{4} \end{matrix}}$$

2) Si se agrega prealimentación de perturbación medible (NO era imprescindible)




Idealmente

$H_{ff} G_{d1} = -1$

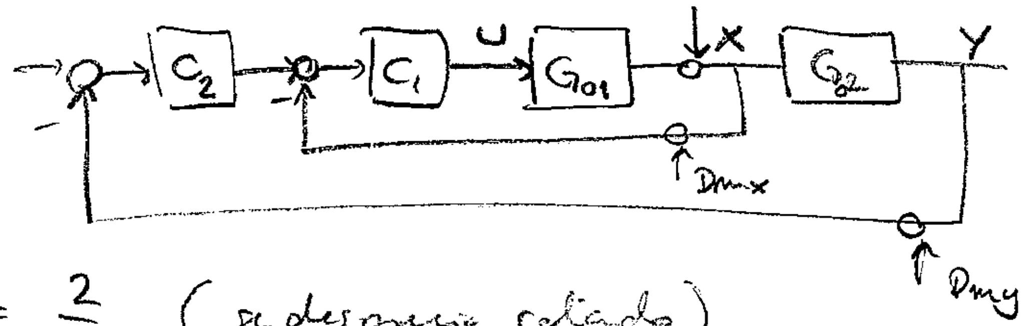
Pero $G_{o1}$ tiene retardo que NO puede ser invertido

$H_{ff} \approx \frac{-1}{G_{o1}}$ en que $G_{o1} = \frac{2}{s}$

Elegimos $\quad H_{ff}(s) = \frac{-s}{2(\tau s + 1)}$

$$\underbrace{1 <}_{\text{por } G_{d0}} \frac{1}{\tau} \underbrace{< 5}_{\text{por ruido } d_{mg}(t)}$$

3) Si se hace control en cascada (NO era imprescindible)




$G_{01} = \frac{2}{s}$ (se desprecia retardo)

$C_1$ se diseña para:
- lazo interno estable
- no amplificar ruido medición en x: $Bw(T_{01})<5$
- para tener estabilidad robusta: $Bw(T_{01})<10$
- atenuar perturbación: $Bw(T_{01}) > 1$

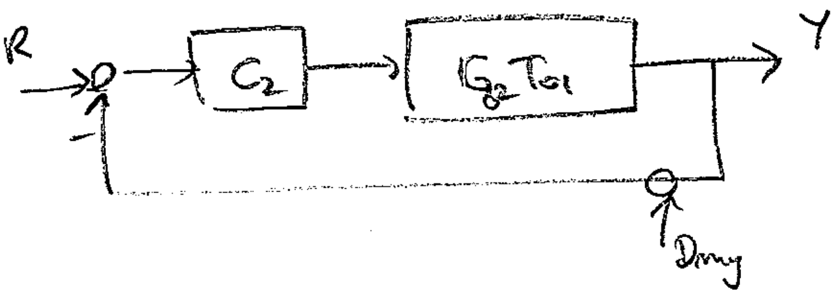
$$A_{cl1} = A_{01} L_1 + B_{01} P_1 \qquad C_1 = \frac{P_1}{L_1} = p_0 \qquad \begin{cases} n = 1 \\ r = 0 \end{cases}$$

(NO se requiere integración)

$$(s+2) = s + 2p_0$$

$$\Rightarrow \boxed{p_0 = 1} = C_1(s)$$

Para diseñar $C_2$ se calcula $T_{01} = \frac{G_{01} C_1}{1 + G_{01} C_1} = \frac{2}{s+2}$




$$G_{02} T_{01} = \frac{4}{s+4} \cdot \frac{2}{s+2}$$

Se puede diseñar usando Youla. $T_{02} = \frac{4}{(s+2)^2} \leftarrow$

ruido $Bw(T_{02}) < 5$
robustez $Bw(T_{02}) < 10$
robustez $Bw(T_{02}) < 4$
perturbación $Bw(T_{02}) > 1$

$$\Rightarrow Q_2 = \frac{T_{02}}{G_{02} T_{01}} = \frac{\frac{4}{(s+2)^2}}{\frac{8}{(s+4)(s+2)}} = \frac{(s+4)}{2(s+2)}$$

$$\Rightarrow C_2 = \frac{Q_2}{1 - (G_{02} T_{01}) Q_2} = \frac{\frac{s+4}{2(s+2)}}{1 - \frac{4}{(s+2)^2}} = \frac{\cancel{(s+4)}(s+2)}{2\, s\, \cancel{(s+4)}} = \frac{s+2}{2s}$$