

Problema Q3.1 Considere un lazo de control estándar con un grado de libertad en que

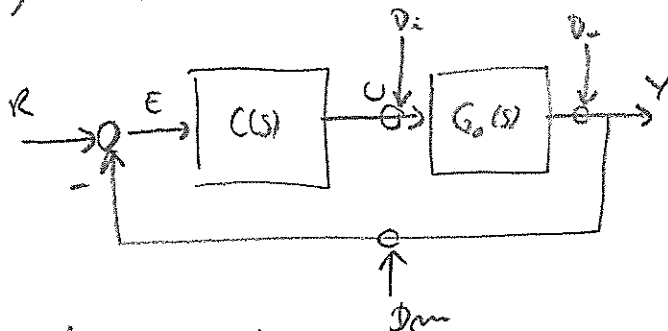
$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} \quad G_o(s) = \frac{1}{s}$$

en que $K_p > 0$ y $K_i > 0$

(a) Determine si el lazo de control es estable. Fundamente claramente su respuesta.

(b) Si $K_p = K_i = 1$ determine la respuesta del lazo a un escalón unitario en la perturbación de entrada, es decir, $d_i(t) = \mu(t)$.

(a) El lazo de control es



La estabilidad interna del lazo depende de sus polos de lazo cerrado dados por las raíces de

$$A_d(s) = A_c(s)L(s) + B_o(s)P(s) = s \cdot s + 1(K_p s + K_i) = s^2 + K_p s + K_i$$

El lazo es internamente estable si y solo si estas raíces pertenecen al SPI abierto:

$$p_{1,2} = -\frac{K_p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{K_p}{2}\right)^2 - K_i}$$

Sé lo se sabe que $K_p > 0$
y $K_i > 0$

Notar que si $\left(\frac{K_p}{2}\right)^2 - K_i \geq 0 \Rightarrow p_{1,2} \in \mathbb{R}$ pero, además,
 $\frac{K_p}{2} > \sqrt{\left(\frac{K_p}{2}\right)^2 - K_i}$

$\Rightarrow p_{1,2} \in \mathbb{R}^-$ el lazo es estable

si $\left(\frac{K_p}{2}\right)^2 - K_i < 0 \Rightarrow p_{1,2} \in \mathbb{C}$ pero su parte real es $-\frac{K_p}{2} < 0$

$\Rightarrow$ el lazo es estable

Por tanto (si $K_p > 0$ y $K_i > 0$) el lazo cerrado es internamente estable.

(b) En el lapso de control estándar

$$\frac{Y(s)}{D_i(s)} = S_{ic}(s) = \frac{G_c(s)}{1 + G_c(s)C(s)} = \frac{s}{s^2 + k_p s + k_i}$$

$$\text{Si } d_i(t) = \mu(t) \Rightarrow D_i(s) = \frac{1}{s}$$

$$\Rightarrow Y(s) = \frac{1}{s^2 + k_p s + k_i} = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

$\uparrow$
 $k_p = k_i = 1$

$$\text{polos en } -\frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow y(t) = e^{-\frac{t}{2}} A \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} t + \phi\right)$$

Note, además, que $y(0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} s Y(s) = 0$

