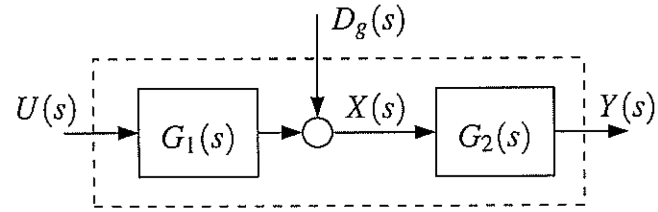
Nombre: Solución

ELO270 – S2 2017 – Control #7 – 13 de diciembre de 2017

Problema Q7. 1 *Considere una planta representada esquemáticamente en la figura en que*

$$G_1(s) = \frac{1}{s+1} \qquad G_2(s) = \frac{-s+1}{s+5}$$

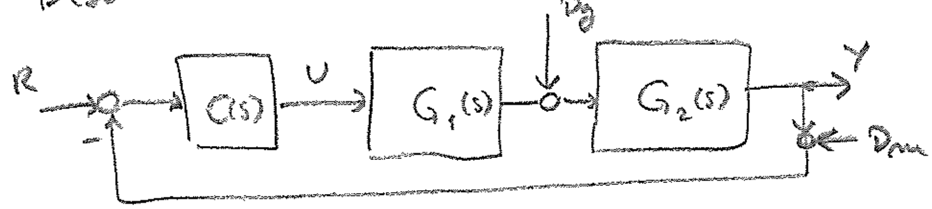
La referencia $r(t)$ y la perturbación $d_g(t)$ son de tipo escalón.
Además, la salida $y(t)$ y la perturbación $d_g(t)$ pueden medirse con ruido no despreciable a contar de 8 [rad/s].
Diseñe un sistema de control, indicando claramente cómo toma en cuenta la información disponible.



(a)- Para seguimiento perfecto en e.e. a referencia tipo escalón y para rechazo perfecto en e.e. a perturbación tipo escalón basta que el controlador tenga integración $C(0)=\infty \Rightarrow T_o(0)=1$, $S_o(0)=0$

- El ruido de medición de la salida impone un ancho de banda máximo para $T_o(s)$: $B_w(T_o) < 8$
- Además, el cero de fase no mínima (FNM) de la planta sugiere que el ancho de banda de $T_o(s)$: $B_w(T_o) \ll 1$, de manera de evitar undershoot excesivo.

Diseño del controlador $C(s)$



La planta es $G(s) = G_1 G_2 = \dfrac{-s+1}{(s+1)(s+5)}$ $(n=2)$

Controlador bipropio c/integración $(r=1)$: $n_c = n-1+r = 2$

$$C(s) = \frac{p_2 s^2 + p_1 s + p_0}{s(s+l_0)} \quad \text{(controlador PID)}$$

El ancho de banda de T_o se escoge de manera

que $B_w(T_o) < 8$ (por ruido de medición en $y(t)$)

y $B_w(T_o) < 1$ (para evitar undershoot excesivo por cero de F.N.M)

$\Rightarrow$ $B_w(T_o) \approx 1$

Ecuación de asignación de polos:

$$A_{cl}(s) = A_o(s)L(s) + B_o(s)P(s)$$
$$= (s+1)(s+5)\,s(s+l_0) + (-s+1)(p_2 s^2 + p_1 s + p_0)$$

$$\underbrace{(s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2)}_{\substack{\omega_n = 1 \\ \xi = 0.75}}(s+5)^2 = \underbrace{(s+5)}_{\text{se fuerza cancelación estable entre } C(s) \text{ y } G(s)}\left[(s+1)(s^2+l_0 s) + (-s+1)(\tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)\right]$$

para que $B_w(T_o) \approx 1$

Por tanto se resuelve: $(s^2+1.5s+1)(s+5) = s^3 + (1+l_0-\tilde{p}_1)s^2 + (l_0+\tilde{p}_1-\tilde{p}_0)s + \tilde{p}_0$

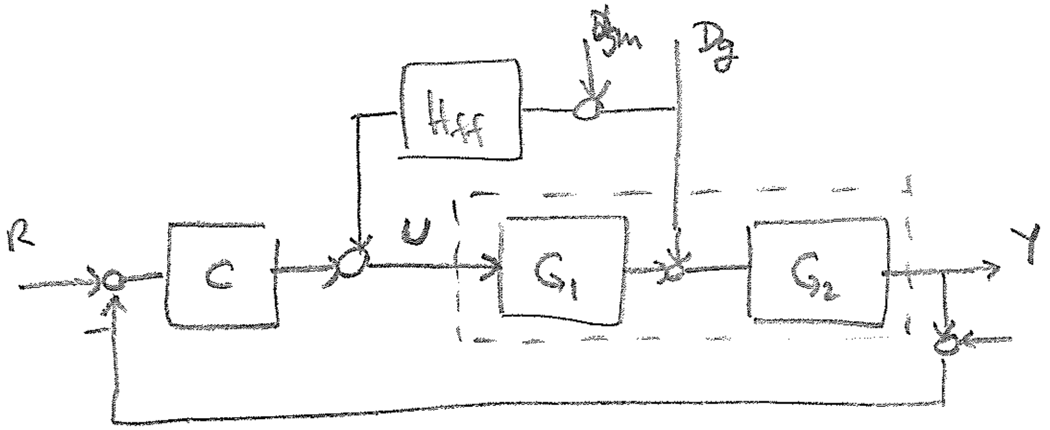
$$\Rightarrow \quad \begin{cases} 1 + l_0 - \tilde{p}_1 = 1.5 + 5 \\ l_0 + \tilde{p}_1 - \tilde{p}_0 = 1.5 \cdot 5 + 1 \\ \tilde{p}_0 = 5 \end{cases}$$

$$\tilde{p}_0 = 5 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} l_0 - \tilde{p}_1 = 5.5 \\ l_0 + \tilde{p}_1 = 13.5 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad l_0 = \frac{19}{2} = 9.5, \quad \tilde{p}_1 = 4$$

$$\Rightarrow \quad C(s) = \frac{(s+5)(4s+5)}{s(s+9.5)}$$

(Note que $T_o(s) = \dfrac{(-s+1)(4s+5)}{(s^2+1.5s+1)(s+5)}$)

Dado que se puede medir $d_g(t)$, puede incluirse un bloque de prealimentación de referencia de manera de mejorar el transiente cuando hay una perturbación tipo escalón:

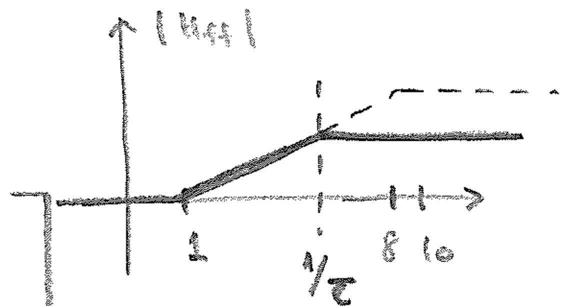


H_{ff} debe ser estable y realizable, pero tal que se logre

$$\boxed{H_{ff}\, G_1 \approx -1} \qquad H_{ff}(s) = \frac{-(s+1)}{\tau s + 1}$$

pero para reducir el efecto del ruido de medición el ancho de banda no debe ser excesivo: $\frac{1}{\tau} < 8$

o incluso más restrictivo pues $H_{ff}(s)$ es pasa altos



[De hecho, puede ser suficiente escoger

$$H_{ff}(s) = -1 \quad (\tau = 1)$$
]

De esta forma (en lazo abierto)

$$\frac{X}{D_g} = 1 + G_1 H_{ff} = \frac{(\tau - 1)s}{\tau s + 1}$$