

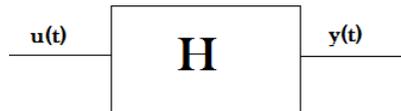
Control Automático I - ELO270 - 2018 S2

Ayudantía 1: Sistemas Lineales y Linealización

Problema 1.1 Se tiene un sistema lineal e invariante en el tiempo (SLIT), con entrada $u(t)$ y salida $y(t)$, donde la entrada y la salida satisfacen la siguiente ecuación diferencial:

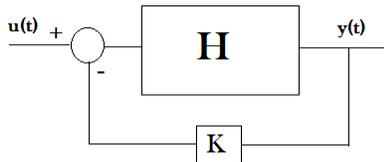
$$\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 2u(t)$$

- (a) Determine la función de transferencia $H(s)$
- (b) Si la condición inicial es $y(0_-) = 0$, determine y grafique la respuesta a un escalón unitario.
- (c) Determine la respuesta estacionaria del sistema cuando la entrada es $\cos(2t)$.



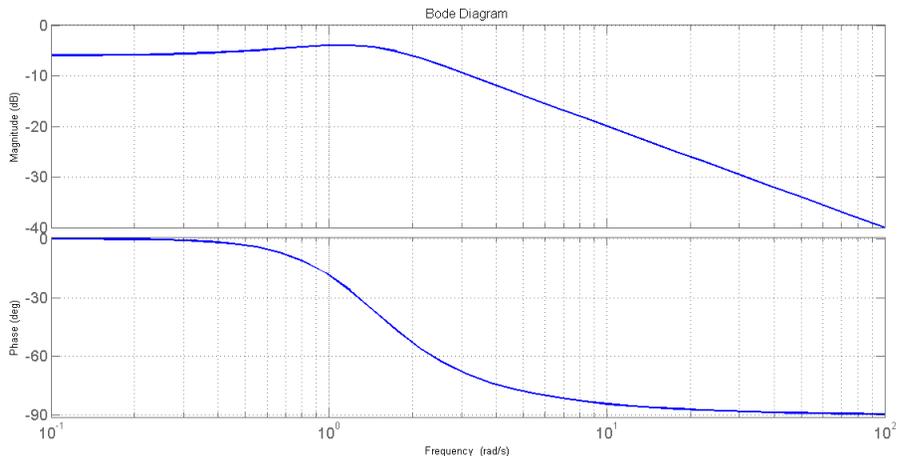
Problema 1.2 Suponga que el esquema del sistema anterior es intervenido y queda de la siguiente forma:

- (a) ¿Cuál sería la Función de Transferencia del sistema? ¿ $H(s)$?
- (b) Determine para qué valores del parámetro K el sistema es estable.

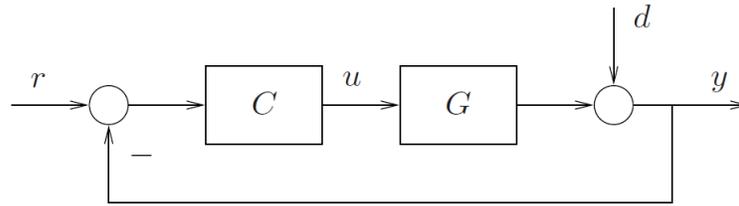


Problema 1.3 Se tiene el siguiente diagrama de Bode de un sistema (estable) con entrada $u(t)$ y salida $y(t)$.

- (a) Determine la respuesta estacionaria del sistema si la entrada es un escalón unitario.
- (b) Determine, aproximadamente, la respuesta estacionaria del sistema cuando la entrada es una senoide de frecuencia $\frac{3}{2\pi}$ [Hz] y amplitud 4.



Problema 1.4 Para el siguiente sistema, determine todas las transferencias entre las señales explicitadas.

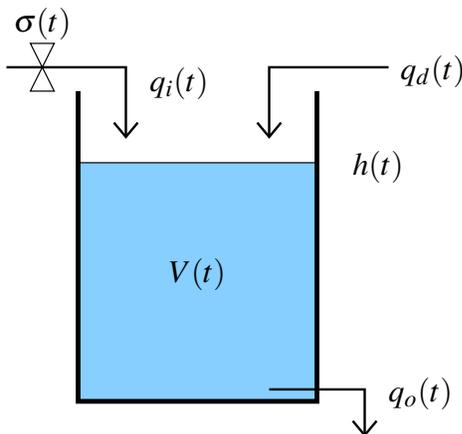


Problema 1.5 Considere el estanque de la figura que puede modelarse aproximadamente por la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{dV(t)}{dt} = A \frac{dh(t)}{dt} = q_i(t) + q_d(t) - q_o(t)$$

en que $V(t)$ y $h(t)$ son, respectivamente, el volumen y nivel de líquido en el estanque (A es el área de la sección transversal), $q_i(t) = k_i \sigma(t)$ es el caudal de entrada que depende de la apertura de la válvula $0 \leq \sigma(t) \leq 1$, $q_d(t)$ es otro caudal que llega al estanque el cual no es posible manipular, y $q_o(t) = k_o \sqrt{h(t)}$ es el caudal de flujo libre en la base del estanque que depende del nivel $h(t) \geq 0$.

- Determine la función de transferencia del modelo linealizado en torno a el (o los) punto(s) de operación en equilibrio determinado(s) por $\sigma(t) = \sigma_Q$, suponiendo que $q_d(t) = 0$.
- Haga un gráfico (aproximado, pero cualitativamente correcto) de la respuesta del modelo linealizado(s), cuando $\Delta\sigma(t)$ es un escalón en torno al punto de operación Q .



Problema 1.6 Un péndulo se puede modelar como:

$$J \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = -m g \ell \sin \theta(t) - C \frac{d\theta(t)}{dt} + T_{ext}(t)$$

en que $\theta(t)$ es el ángulo de desviación respecto a la vertical, $J = m\ell^2$ es el momento de inercia del péndulo, $m = 0,25$ es la masa en el extremo del péndulo, $\ell = 0,4$ es el largo del péndulo, $g \approx 10$ es la aceleración de gravedad, $C = 0,7$ es una constante de roce "viscoso" y $T_{ext}(t)$ es un torque externo aplicado en el extremo fijo del péndulo.

- Determine la función de transferencia del modelo linealizado en torno a el (o los) punto(s) de operación en equilibrio determinado(s) por $T_{ext} = 0$
- Haga un gráfico (aproximado, pero cualitativamente correcto) de la respuesta del (de los) modelo(s) linealizado(s), cuando $T_{ext}(t)$ es un escalón en torno al punto de operación Q .

