Nombre: Solución

ELO270 – S2 2018 – Control #1 – 12 de septiembre de 2018

Problema 1.1 *Considere el sistema modelado por la ecuación diferencial*

$$\frac{dy(t)}{dt} + [y(t)]^2 = 3\,u(t)$$

(a) Determine el o los puntos de operación en equilibrio del sistema determinados por $u_Q = 1$.

Para cada uno de ellos . . .

(b) Determine la función de transferencia de su modelo linealizado,

~~*(c) Haga un gráfico aproximado de su respuesta a un escalón de amplitud $\varepsilon << 1$.*~~

(a) Punto de operación en equilibrio queda determinado

por $\frac{dy}{dt} = 0 \quad u = u_Q \quad y = y_Q$

$$\Rightarrow \quad 0 + y_Q^2 = 3u_Q \quad \Rightarrow \quad y_Q^2 = 3 \quad \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y_{Q1} = \sqrt{3} \\ y_{Q2} = -\sqrt{3} \end{array} \right.$$

Existen 2 puntos $(u_{Q1}, y_{Q1}) = (1, \sqrt{3})$

y $(u_{Q2}, y_{Q2}) = (1, -\sqrt{3})$

(b) Linealizando en el punto de operación $y(t) = y_Q + \Delta y$

$u(t) = u_Q + \Delta u$

$$\Rightarrow \quad \frac{d}{dt}\Delta y + [y_Q + \Delta y(t)]^2 = 3[u_Q + \Delta u(t)]$$

$$\frac{d}{dt}\Delta y + \cancel{y_Q^2} + 2y_Q\Delta y(t) + \underbrace{(\Delta y(t))^2}_{\approx 0} = \cancel{3u_Q} + 3\Delta u(t)$$

punto de operación

$\Rightarrow$ La Ecuación diferencial linealizada es

$$\frac{d\Delta y(t)}{dt} + 2y_Q\,\Delta y(t) = 3\,\Delta u(t)$$

$$\Rightarrow \quad H(s) = \frac{\Delta Y(s)}{\Delta U(s)} = \frac{3}{s + 2y_Q} \quad \left\{ \begin{array}{l} Q1 : \; H_1(s) = \dfrac{3}{s + 2\sqrt{3}} \\ Q2 : \; H_2(s) = \dfrac{3}{s - 2\sqrt{3}} \end{array} \right.$$