Nombre: Solución JYE – 24 de octubre de 2018

ELO270 – S2 2018 – Control #4

Problema 4.1 *Considere un lazo de control estándar de un grado de libertad en que el controlador y la planta son, respectivamente:*

$$C(s) = \frac{2(s+c)}{s} \qquad G(s) = \frac{1}{s(s+3)}$$

(a) Determine el rango de valores de $c \in \mathbb{R}$ para los cuales el lazo es internamente estable.

(b) Determine, si existe, el valor crítico de c para que el lazo presente oscilación sostenida y la frecuencia asociada a esa oscilación.

(a) El polinomio de lazo cerrado es

$$A_{cl}(s) = s^2(s+3) + 2(s+c) = s^3 + 3s^2 + 2s + 2c$$

Usamos el algoritmo de ROUTH para determinar cuando este polinomio posee o no raíces en el SPD:

s^3	1	2
s^2	3	$2c$
s	γ_{31}	0
1	$2c$	

en que $\gamma_{31} = \dfrac{6-2c}{3}$

Por tanto, para que todas las raíces estén en el SPI abierto NO debe haber cambios de signo en la primera columna del arreglo de ROUTH, es decir

$$\left.\begin{aligned} \gamma_{31} > 0 &\iff c < 3 \\ 2c > 0 &\iff c > 0 \end{aligned}\right\}$$

$c \in (0,3)$ es condición necesaria y suficiente para tener lazo internamente estable

(b) Se produce oscilación sostenida en el lazo cuando hay polos de lazo cerrado (raíces de $A_{cl}(s)$) en el eje imaginario $s=j\omega$, es decir, cuando las raíces de $A_{cl}(s)$ pasan del SPI al SPD

Esto sucede cuando $c=3$ (o $c=0$) que en efecto hace "cero" una fila del arreglo de ROUTH y el polinomio de lazo cerrado es exactamente divisible por la fila anterior

Si $c=3 \Rightarrow$

s^3	1	2
s^2	3	6
s	0	0
1		

$\Leftarrow 3s^2+6$

$$\Rightarrow A_{cl}(s)\Big|_{c=3} = s^3+3s^2+2s+6 = (s^2+2)(s+3)$$

hay polos de lazo cerrado en $\underbrace{s=\pm j\sqrt{2}}_{\text{oscilación sostenida de frecuencia } \omega_{osc}=\sqrt{2}}$ y $s=-3$

oscilación sostenida de frecuencia $\omega_{osc}=\sqrt{2}$