Nombre: Solución JYE – 2 de octubre de 2019

ELO270 – S2 2019 – Control #1

Responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos. Indique claramente cuál responde.

Problema 1.1 *La figura muestra la respuesta de un sistema lineal e invariante en el tiempo (SLIT) a un escalón unitario $\mu(t)$, con condiciones iniciales cero. En base al gráfico de la señal,*

(a) *Proponga una estructura para la función transferencia del sistema. (3p)*

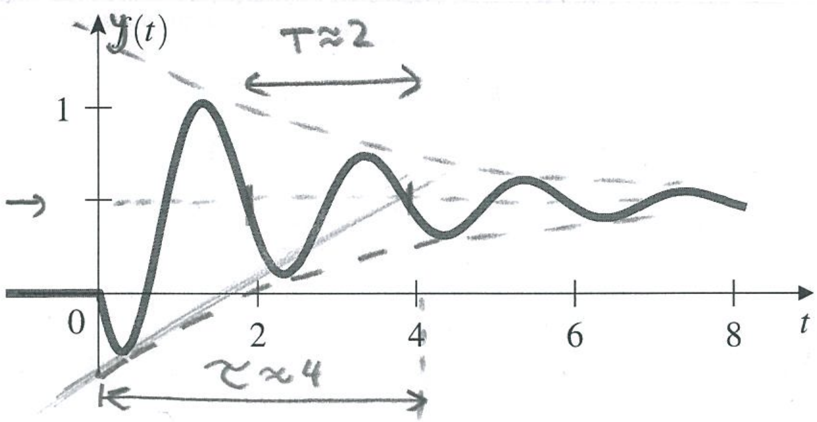
(b) *Explique como obtener el valor de los parámetros de la función de transferencia propuesta. (2p)*

(c) *Grafique aproximadamente el diagrama de Bode de la función de transferencia propuesta (3p)*

(d) *En Matlab genere un* **script (m-file)** *que permita: (2p)*

- *Definir un SLIT y graficar su respuesta a escalón unitario, tal que sea como la de la figura.*
- *Graficar la respuesta a impulso unitario (o delta de Dirac), el diagrama de Bode y el mapa de polos y ceros del sistema.*

$y(\infty) \approx 1/2$ →



(a) • Del gráfico se aprecia que es un sistema de 2do orden con polos complejos conjugados pues hay una oscilación amortiguada en los modos naturales $p_{1,2} = -a \pm jb$

$\Rightarrow \quad e^{-at}\cos(bt)$

• La ganancia a continua es $y(\infty) = 1/2$

• El undershoot inicial indica que hay un cero de fase no mínima

$$\Rightarrow \quad H(s) = \frac{K\cdot(-s+c)}{(s+a-jb)(s+a+jb)} = \frac{K(-s+c)}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

(b) Del gráfico $\omega_n = \frac{2\pi}{2} \approx 3 \Rightarrow b \approx 3$ $\qquad 2\xi\omega_n = 2a \Rightarrow \xi \approx 0.08 \approx 0.1$

$\tau \approx 4 \Rightarrow a = 1/\tau \approx 0.25$ $\qquad y(\infty) = H(0) = \frac{Kc}{\omega_n^2} \approx 1/2$

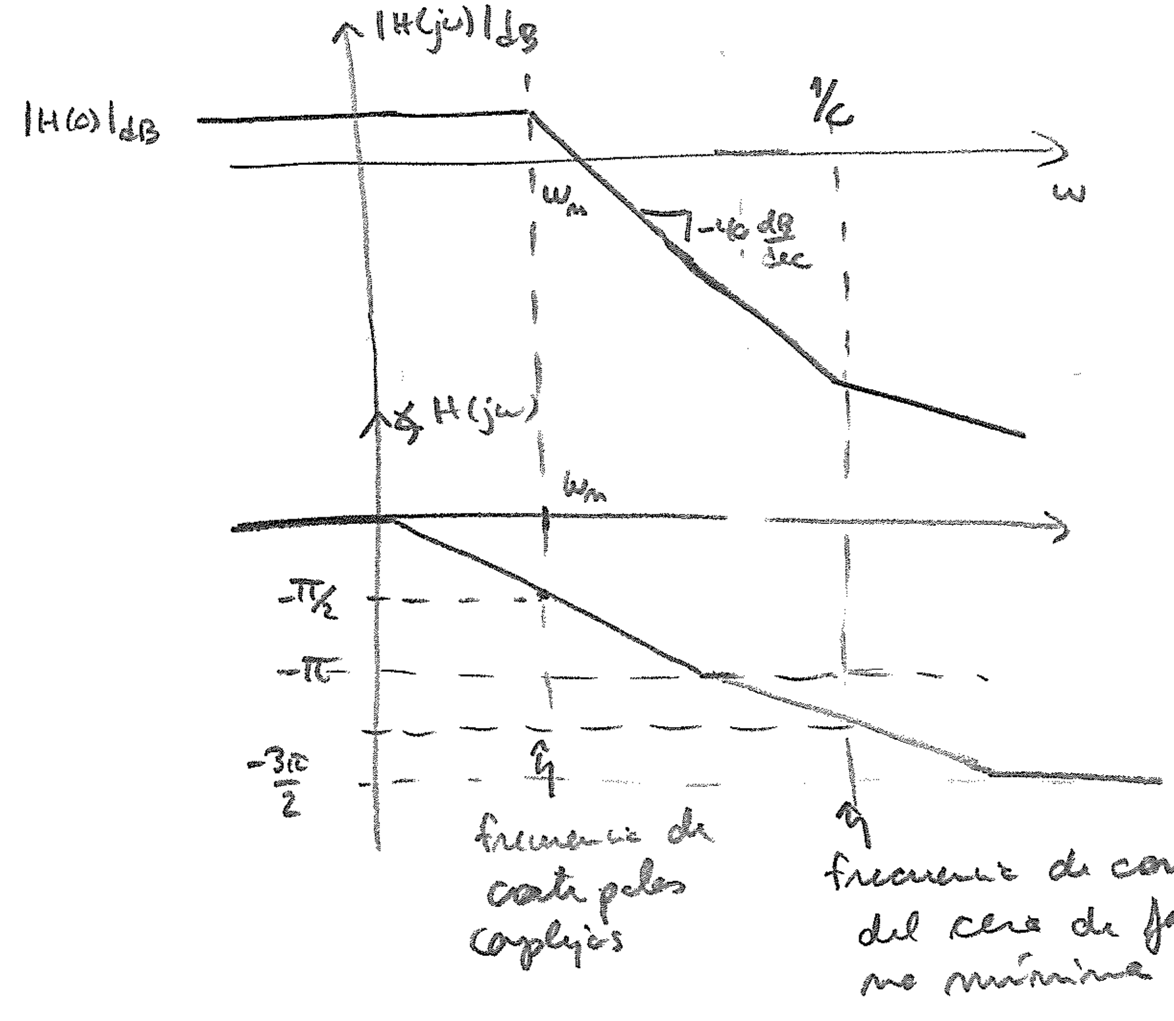
K se puede estimar a partir de la derivada de la respuesta a escalón en $t=0^+$

$$y'(0^+) = \lim_{s\to\infty} s\underbrace{\left(s\,\frac{H(s)}{s}\right)}_{\mathcal{L}\{y'(t)\}} = \lim_{s\to\infty} \frac{K(-s^2+cs)}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2} = -K$$

... y por tanto $K \approx 10$ (aprox)

$$\Rightarrow\quad c = \frac{y(\infty)\,\omega_n^2}{K} \approx \frac{1/2\cdot 3^2}{10} \approx \frac{1}{2}$$

(c) El sistema tiene
- una ganancia a continua
- polos complejos conjugados
- un cero de fase no mínima



ELO270 – S2 2019 – Control #1

Responda SOLO UNO de los dos problemas propuestos. Indique claramente cuál responde.

Problema 1.2 *Un sistema lineal e invariante en el tiempo (SLIT) con entrada $u(t)$ y salida $y(t)$ satisface la ecuación diferencial:*

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = -\frac{du(t)}{dt} + 2u(t)$$

(a) Determine los polos y ceros de su función transferencia. (2p)

(b) Haga un grafico cualitativamente correcto de la respuesta del sistema a un escalón unitario $\mu(t)$ con condiciones iniciales cero. (3p)

(c) Grafique aproximadamente el diagrama de Bode del sistema. (3p)

(d) En Matlab genere un ***script (m-file)*** *que permita: (2p)*

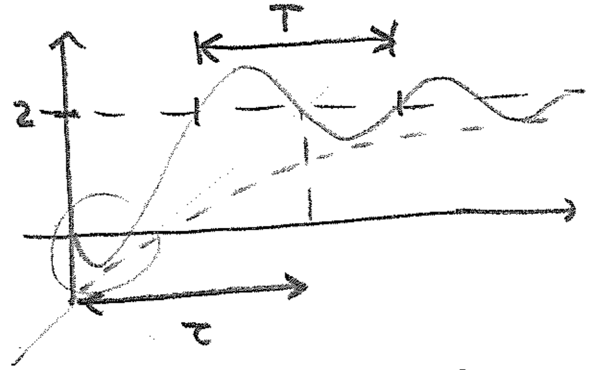
- *Definir el SLIT en base a su ecuación diferencial.*
- *Graficar la respuesta a escalón unitario, su respuesta a impulso unitario (delta de Dirac), el diagrama de Bode y el mapa de polos y ceros del sistema.*

(a) Aplicando T. Laplace con c.i. cero $\Rightarrow$ $\left.\frac{Y(s)}{U(s)}\right|_{c.i.=0} = \underbrace{\frac{-s+2}{s^2+s+1}}_{H(s)}$

2 polos $p_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = -\frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow e^{-\frac{1}{2}t}\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)$

1 cero $c = 2$

(b)



$y(\infty) = H(0) = 2$

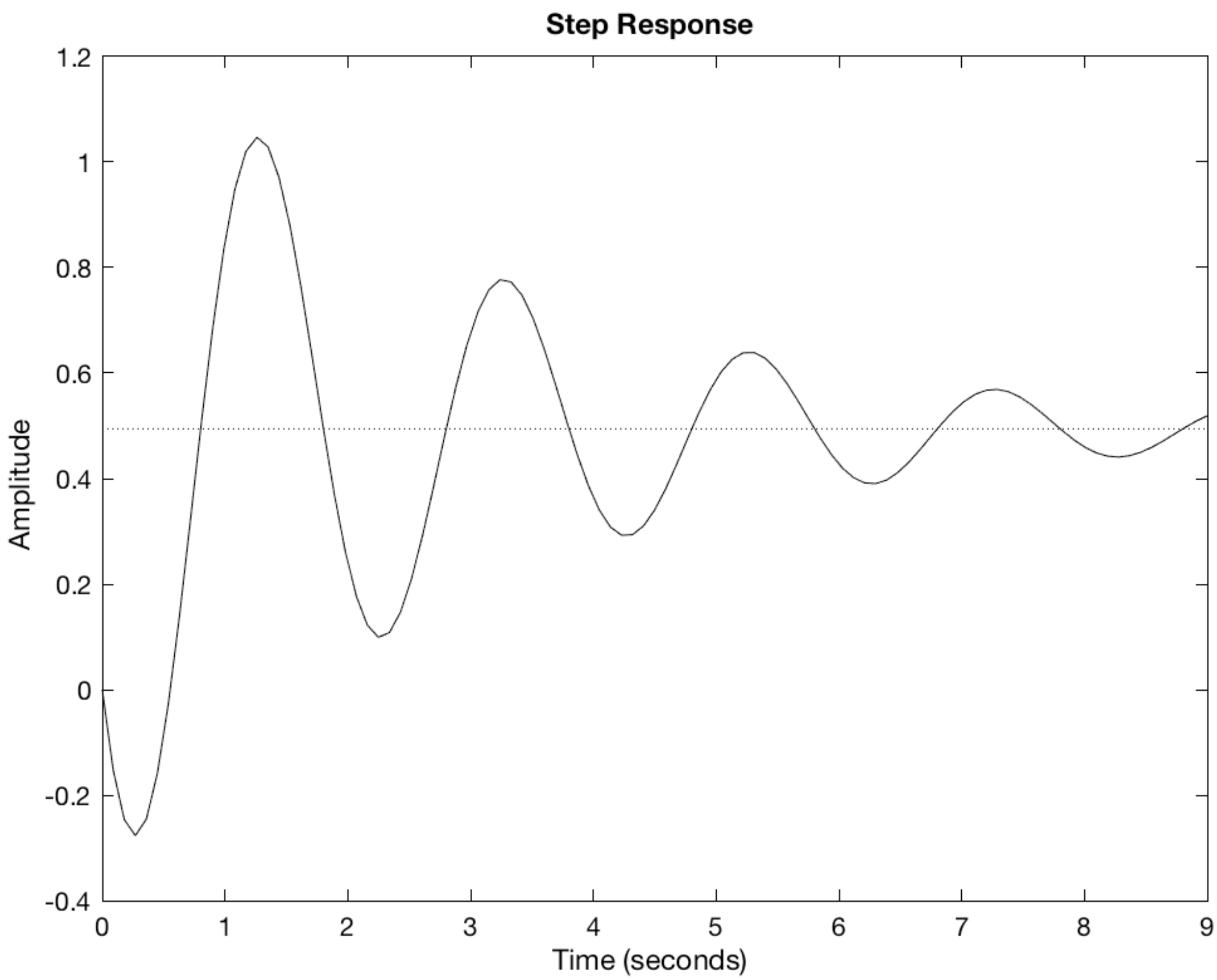
$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}/2}$

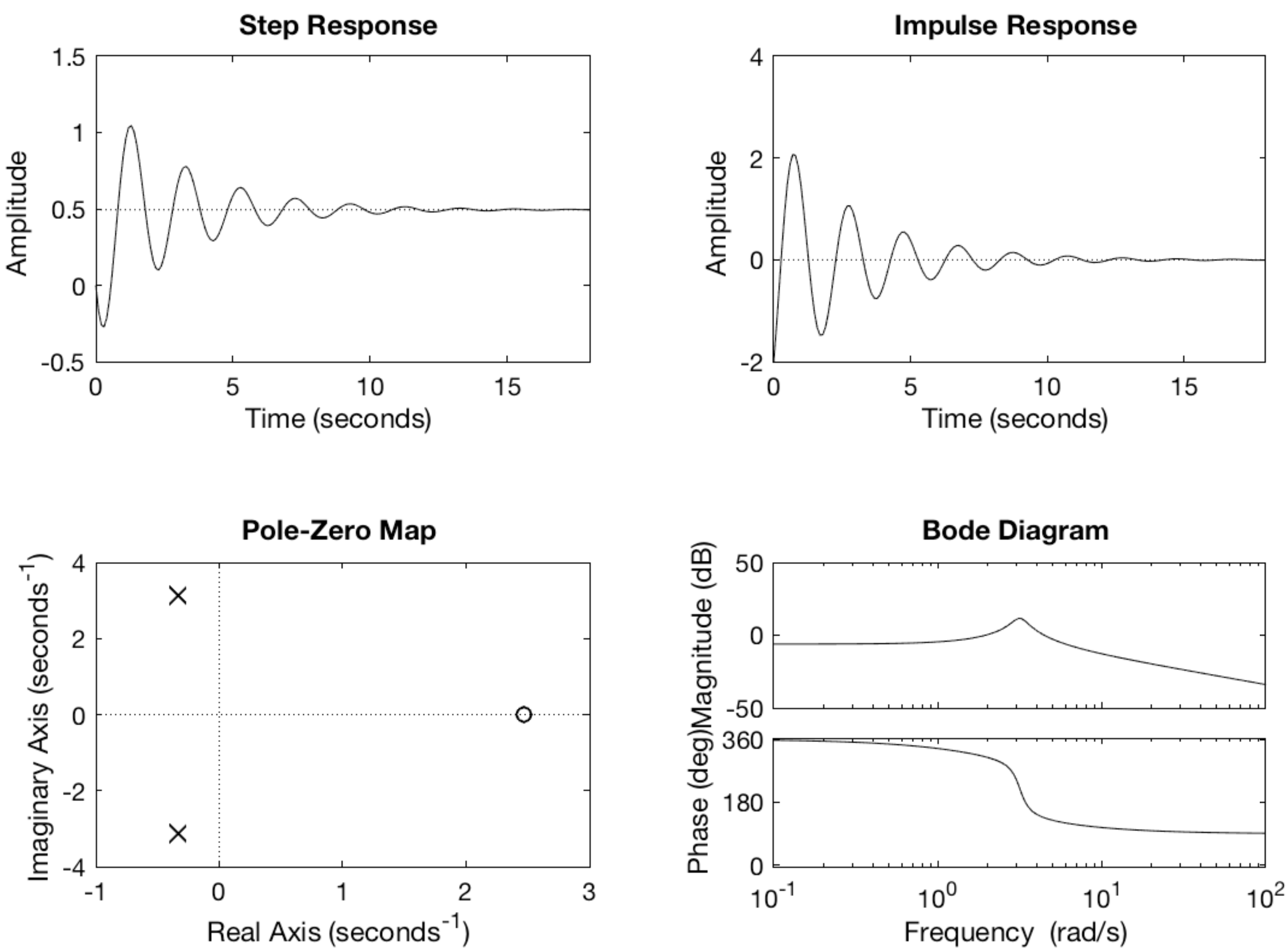
$\tau = 2$

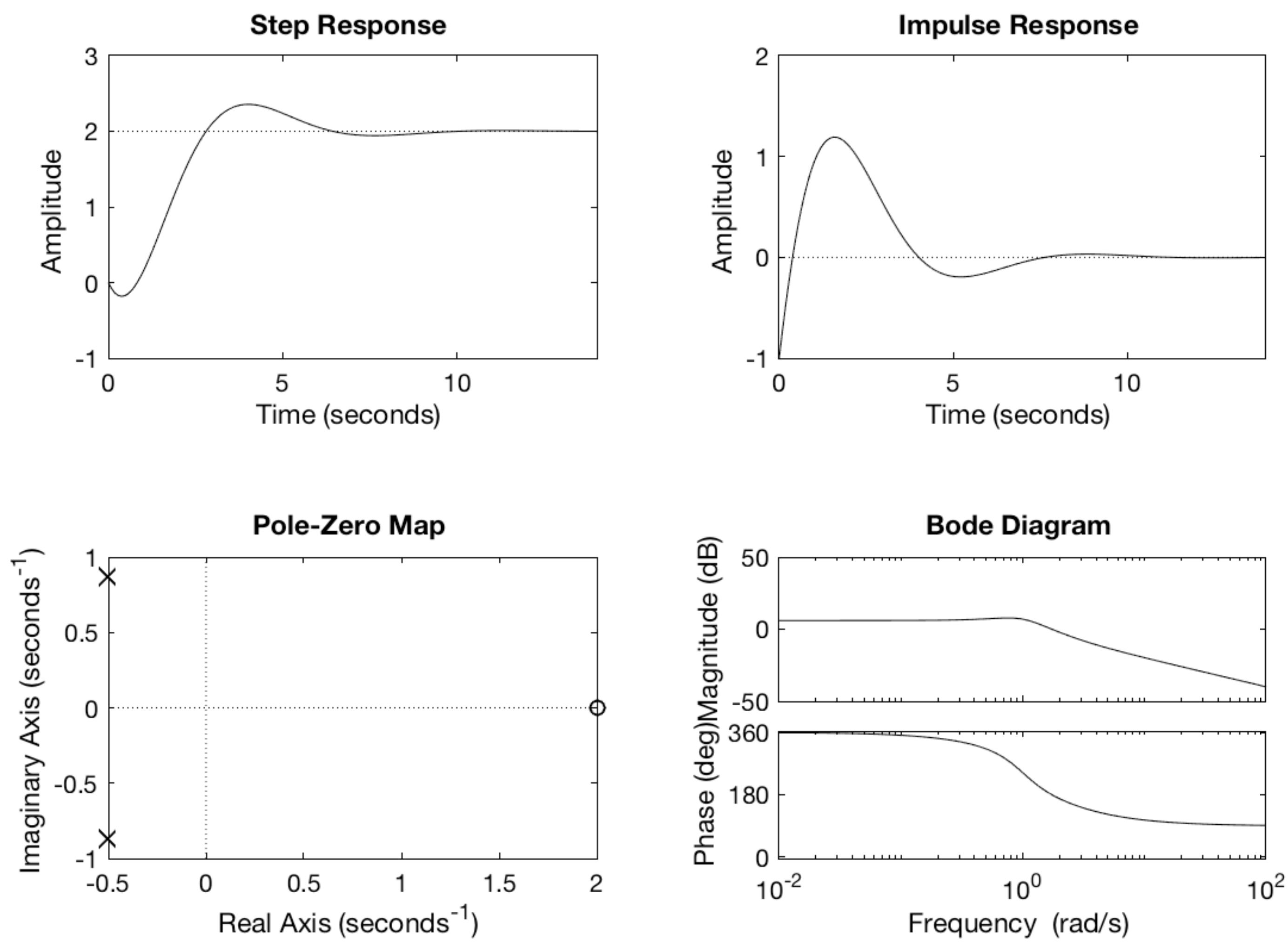
el cero es de fase no mínima, por tanto provoca undershoot.

(c) ídem que para el problema 1.1.

```matlab
% Control 1, ELO270, Semestre 2, 2019

%% Problema 1.1

% del grafico
y_inf=1/2;
tau=3; %tau=4; % iterando
T=2;
K=2; %K=10; % iterando

% parámetros de G
omega=2*pi/T;
c=y_inf*omega^2/K;
a=-1/tau;
b=omega;

% G
s=tf('s');
G=K*(-s+c)/((s-a+j*b)*(s-a-j*b));

% Gráfico respuesta a escalón
step(G,9)

% Otros gráficos
ltiview({'step','impulse','pzmap','bode'},G)

%% Problema 1.2

% G
s=tf('s');
G=(-s+2)/(s^2+s+1);

% Gráficos solicitados
ltiview({'step','impulse','pzmap','bode'},G)
```


Step Response
Amplitude
Time (seconds)
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9


Step Response
Amplitude
Time (seconds)
Impulse Response
Amplitude
Time (seconds)
Pole-Zero Map
Imaginary Axis (seconds^{-1})
Real Axis (seconds^{-1})
Bode Diagram
Magnitude (dB)
Phase (deg)
Frequency (rad/s)


Step Response
Amplitude
Time (seconds)
3
2
1
0
-1
0
5
10
Impulse Response
Amplitude
Time (seconds)
2
1
0
-1
0
5
10
Pole-Zero Map
Imaginary Axis (seconds^{-1})
Real Axis (seconds^{-1})
1
0.5
0
-0.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
Bode Diagram
Magnitude (dB)
Phase (deg)
Frequency (rad/s)
50
0
-50
360
180
0
10^{-2}
10^{0}
10^{2}