

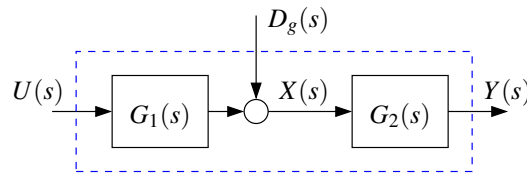
ELO270 – S2 2019 – Control #6 (online)

Problema 6.1 Considere una planta como la de la figura inferior, en que los bloques tienen modelo nominal

$$G_1(s) = \frac{1}{s - mm} \quad G_2(s) = \frac{a(s - dd)}{s(s + a)} e^{-\tau_o s}$$

respectivamente en que $a \approx 25$, $\tau_o \approx 0,1$ y dd y mm son el día y mes de su cumpleaños, respectivamente. La referencia a seguir está en la banda $[0, 15]$ rad/s. La perturbación $d_g(t)$ es medible sin ruido apreciable y tiene energía concentrada en torno a 10 rad/s. El sensor disponible para medir $y(t)$ es preciso hasta aproximadamente 10 rad/s, mientras que el sensor para $x(t)$ es preciso hasta aproximadamente 20 rad/s.

- (a) Indique su fecha de cumpleaños: dd/mm .
- (b) Indique los criterios de diseño de un sistema de control que se derivan de la información disponible.
- (c) Proponga un sistema de control que considere adecuadamente los criterios anteriores (indicando claramente cómo diseñaría cada bloque), pero que a su vez sea lo mas simple posible.



Solución:

a) dd/mm en que $1 \leq dd \leq 31$
 y $1 \leq mm \leq 12$

b) i) La planta tiene un polo inestable en $s = mm$

$\Rightarrow B_w(T_0) \geq mm$ para evitar overshoot excesivo

ii) tiene un cero de FASE mínima en $s = dd$

$\Rightarrow B_w(T_0) \leq dd$ para evitar undershoot excesivo

iii) El retardo podría despreciarse $\Rightarrow B_w(T_0) \leq \frac{1}{T_0} \approx 10$

o aproximarse por Padé(1) $\Rightarrow B_w(T_0) \leq \frac{3}{T_0} \approx 30$

iv) El polo rápido (estable) de la planta podría despreciarse, pues tiene un polo a partir de 25 rad/s $\Rightarrow B_w(T_0) \leq 25$

v) Para seguimiento a referencia $B_w(T_0) \geq 15$

vi) Para rechazar perturbación $d_g(t) \Rightarrow B_w(T_0) \geq 10$

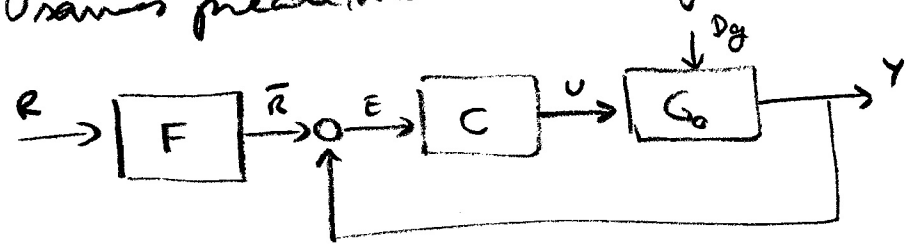
vii) Ruido de medición en $y(t) \Rightarrow B_w(T_0) \leq 10$

viii) Ruido de medición en $x(t) \Rightarrow B_w(T_0) \leq 20$ (si se usa control en cascada)

* Note que algunos de estos criterios pueden ser contradictorios con los que dependen de su fecha de nacimiento.

- c) De los criterios anteriores tenemos que
- $$B_w(T_c) \geq 15 \quad (\text{seguinto a referencia})$$
- $$B_w(T_c) \leq 10 \quad (\text{por modo de medici3n o por robustez, si se desajusta retardo})$$

No es factible con lazo de 1 grado de libertad.
 $\Rightarrow$ Usamos prealimentaci3n de referencia:



en que $G_0(s) = \left(\frac{1}{s-mm} \right) \underbrace{\left(\frac{s-dd}{s} \right)}_{\text{desplazado polo r3pido y retardo}} = \frac{B_0(s)}{A_0(s)}$

Primero se diseña $C(s)$ para que $B_w(Acl) \approx 10$ (por d_g)
 y luego $F(s)$ para que $B_w(F T_o) \geq 15$

★ Este diseño es suficiente si la elecci3n de ancho de banda de lazo satisface

$$\underbrace{mm \leq B_w(Acl)}_{\text{para evitar overshoot excesivo}} \leq \underbrace{dd}_{\text{para evitar undershoot excesivo}}$$

diseño de $C(s)$: $\left. \begin{matrix} m=2 \\ r=1 \end{matrix} \right\} M_c = 2 \Rightarrow C(s) = \frac{p_2 s^2 + p_1 s + p_0}{s(s+q)} = \frac{P(s)}{L(s)} \quad (PID)$

$$Acl(s) = \underbrace{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}_{\substack{\omega_n \approx 10 \\ \zeta \approx 0.7}} \underbrace{(s+p)^2}_{p > 10}$$

$\Rightarrow Acl(s) = A_0(s) L(s) + B_0(s) P(s)$

$\vdots$
 $\{ p_2, p_1, p_0, q_0 \}$

diseño de $F(s)$:

(3)

$$T_o(s) = \frac{B_o P}{A_d} = \frac{(s - dd)(p_2 s^2 + p_1 s + p_c)}{(s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2)(s + p)^2}$$

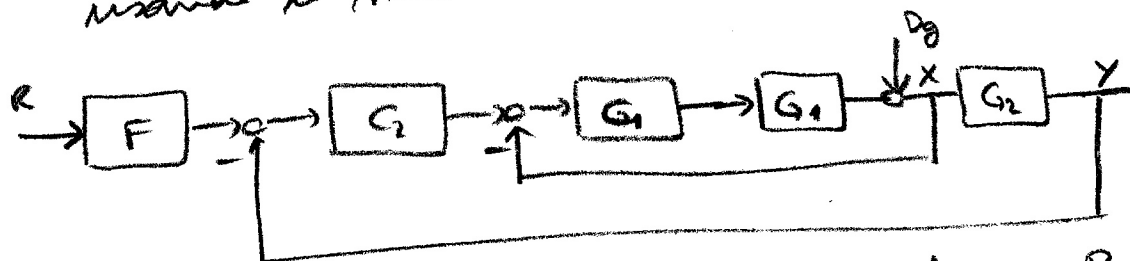
$\Rightarrow F(s) \approx (T_o(s))^{-1}$ pero debe ser ESTABLE y PROPIA

Por ejemplo:

$$F(s) = \frac{(s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2)(s + p)^2}{(-dd)(p_2 s^2 + p_1 s + p_c)} \cdot \frac{\omega_{n2}^2}{s^2 + 2\zeta_2 \omega_{n2} s + \omega_{n2}^2}$$

suponiendo que es estable $\omega_{n2} \geq 15$
 $\zeta \approx 0.7$

(☆☆) Si no se cumple $mm \leq 10 \leq dd$ es conveniente usar control en cascada (adicional a la predistorsión de d_f) usando la medición de $x(t)$



diseño de C_1 : para que lazo interno tenga $B_w(A_{cl1}) > mm$ y para compensar perturbación

$$G_1(s) = \frac{1}{s - mm} = \frac{B_{o1}(s)}{A_{c1}(s)} \Rightarrow \left. \begin{matrix} m=1 \\ r=1 \end{matrix} \right\} m_c=1 \Rightarrow C_1 = \frac{p_1 s + p_c}{s} = \frac{p_1(s)}{1(s)} (PI)$$

$$A_{cl1}(s) = s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2 \quad \left. \begin{matrix} \omega_n \approx 15 \\ \zeta \approx 0.7 \end{matrix} \right\}$$

$$A_{cl1} = A_{c1} L_1 + B_{o1} P_1$$

⋮

$\{p_1, p_0\}$

diseño de C_2 : usamos como "planta"

$$\tilde{G}_0(s) = T_{01}(s) G_{02}(s) = \frac{p_1 s + p_c}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2} \cdot \frac{s - dd}{s} = \frac{\tilde{B}_0(s)}{\tilde{A}_0(s)}$$

Por asignación de polos se diseña $C_2(s)$ de manera que el lazo exterior tenga $B_w(A_{cl2}) \leq dd$ para evitar undershoot excesivo

$$\left. \begin{array}{l} \tilde{m} = 3 \\ \tilde{r} = 1 \end{array} \right\} \tilde{m}_c = 3 \Rightarrow C_2(s) = \frac{p_3 s^3 + p_2 s^2 + p_1 s + p_0}{s(s^2 + l_1 s + l_0)} = \frac{\tilde{P}}{\tilde{L}}$$

$$\tilde{A}_{cl}(s) = (s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2)(s + p)^4$$

$\omega_n \approx dd$ $p \gg dd$
 $\zeta \approx 0.7$

$$\Rightarrow \tilde{A}_{cl} = \tilde{A}_c \tilde{P} + \tilde{B}_0 \tilde{P}$$

$$\vdots$$

$$\{p_3, p_2, p_1, p_0, l_1, l_0\}$$

(☆☆☆) Note que no es necesario utilizar prealimentación de la perturbación como complemento al caso (☆) o al caso (☆☆)