Nombre: Solución JYE – 10 de marzo de 2020

ELO270 – S2 2019 – Control #3 (Fase 2)

Problema 3.1 *Considere un lazo de control nominal standard con un grado de libertad en que:*

$$C(s) = \frac{K(s+2)}{s} \qquad G_o(s) = \frac{1}{(s+4)(s+2)}$$

(a) Si $K = 4$,

- *Determine (todos) los polos de lazo cerrado, y*
- *Haga un diagrama de Bode aproximado de la sensibilidad nominal $S_o(s)$.*

(b) Determine el rango de valores de K para que el lazo sea internamente estable.

(c) Haga un diagrama del lugar geométrico de raíces (LGR o Root Locus*) cuando $K \in \mathbb{R}$.*

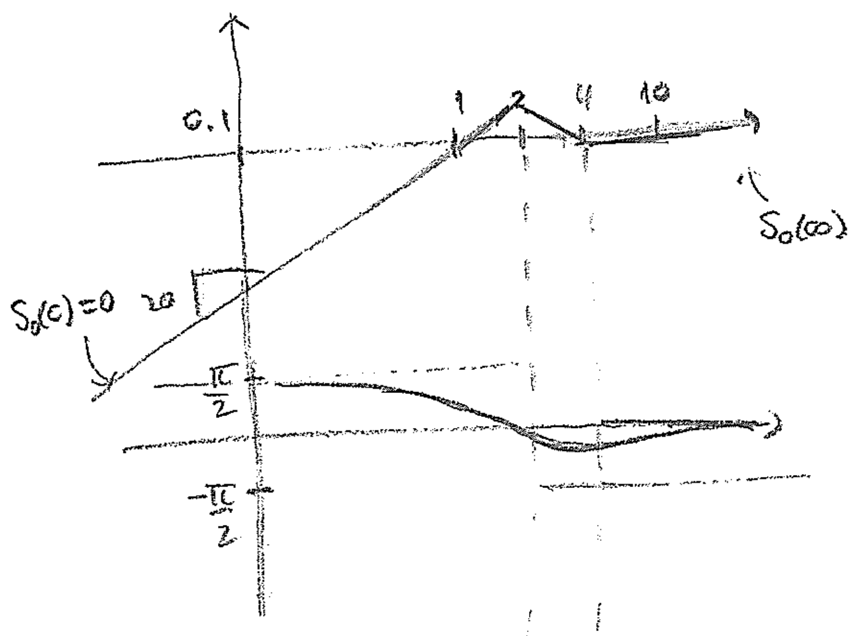
(d) Determine si es posible tener todos los modos naturales del lazo cerrado más rápidos que e^{-t}.

(a) Si $K = 4 \Rightarrow A_{cl}(s) = (s+4)(s+2)s + 4(s+2)$

$$= (s+2)(s^2+4s+4)$$

Los polos de lazo cerrado son $p_1 = -2$ y $p_2 = p_3 = -2$

$$S_o(s) = \frac{s(s+4)(s+2)}{A_{cl}(s)} = \frac{s(s+4)}{(s^2+4s+4)} = \frac{s\left(\frac{s}{4}+1\right)}{\left(\frac{s}{2}+1\right)^2}$$



$\omega_{c1} = 2$

$\omega_{c2} = 4$

derivada: $\pi/2$

polo doble estable: $-\pi$

cero estable: $+\frac{\pi}{2}$

(b) Usamos Routh; o directamente del Acl

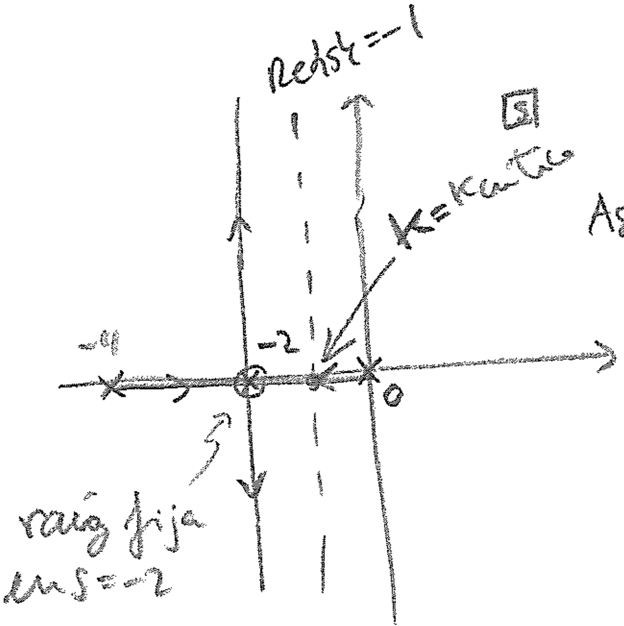
$$A_{cl} = (s+2)\underbrace{((s+4)s+K)}_{s^2+4s+K}$$

$K>0$ es necesario y suficiente.

(c) Para $K>0 \Rightarrow$

$$A_{cl}(s) = (s+2)((s+4)s+K)$$
$$= \underbrace{(s+2)(s+4)s}_{} + K(s+2)$$

$p_1=-2$, $p_2=-4$, $p_3=0$; $c_1=-2$

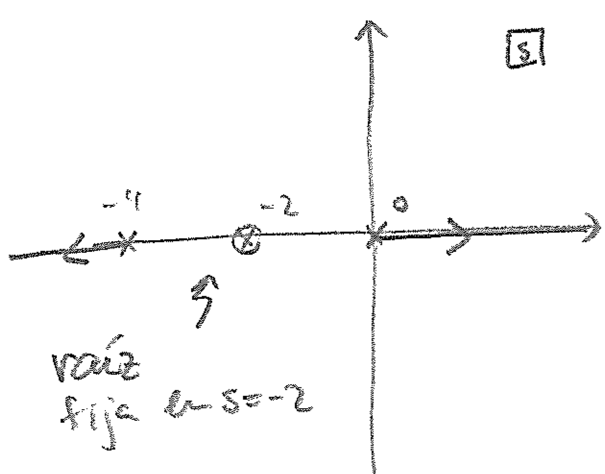


Asíntotas:

$$\sigma = \frac{\Sigma p - \Sigma c}{\#p - \#c} = \frac{-6+2}{2} = -2$$

$$\eta_k = \frac{(2k-1)\pi}{\#p-\#c} = \begin{cases} \pi/2 \\ -\pi/2 \end{cases}$$

Para $K<0$: usamos el LGR complementario



Asíntotas: $\sigma=-2$

$$\eta_k = \frac{2k\pi}{\#p-\#c} = \begin{cases} 0 \\ \pi \end{cases}$$

(d) Del gráfico para $K>0$ se aprecia que SI ES POSIBLE ubicar TODOS los polos de lazo cerrado a la izquierda de $Re\{s\}=-1$, para algún $K \geq K_{crítico}=3$ pues:
$A_{cl} \to (s^2+4s+K) = (s+1)(s+3) \Leftrightarrow K=3$.