Nombre: Solución JYE – 11 de marzo de 2020

ELO270 – S2 2019 – Control #4 (Fase 2)

Problema 4.1 *Considere un lazo de control nominal standard con un grado de libertad en que:*

$$C(s) = \frac{s+1}{s} \qquad G_o(s) = \frac{e^{-0,25s}}{s+1}$$

(a) Determine si el lazo es internamente estable.

(b) Estime el margen de ganancia y el margen de fase.

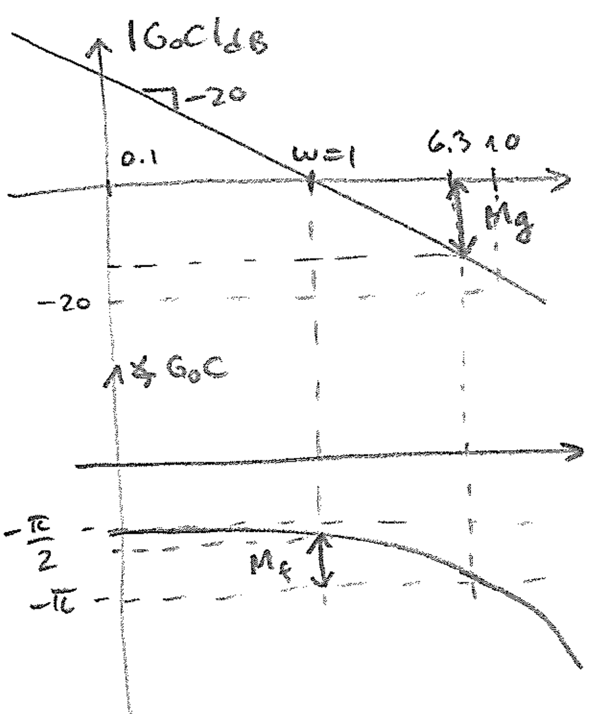
(c) Si se aumenta el retardo en $G_o(s)$ hasta que aparezcan oscilaciones sostenidas en el lazo, estime la frecuencia de dicha oscilación.

(d) Si se aumenta la ganancia de $C(s)$ hasta que aparezcan oscilaciones sostenidas en el lazo, estime la frecuencia de dicha oscilación.

(a) Dado que hay un retardo, para determinar la estabilidad es conveniente usar Nyquist. Primero esbozamos el diagrama de Bode de G_oC:

$$G_oC = \frac{\cancel{s+1}}{s} \cdot \frac{e^{-0.25s}}{\cancel{s+1}} = \frac{e^{-0.25s}}{s}$$

(cancelación estable)



Note que

i) $|G_oC| = 1 \iff \left|\frac{e^{-0.25j\omega}}{j\omega}\right| = 1 \iff \omega = 1$

$$\Rightarrow \measuredangle G_oC\Big|_{\omega=1} = \measuredangle\left(\frac{e^{-0.25j}}{j}\right) = -\frac{\pi}{2} - 0.25 \approx -1,82 > -\pi$$

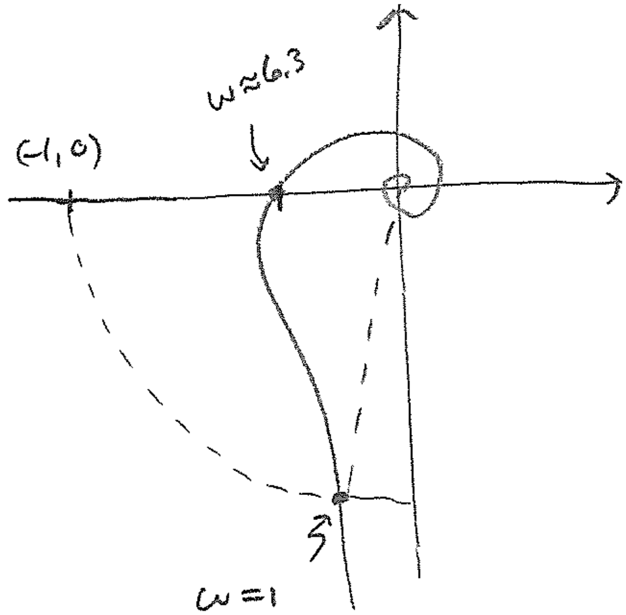
ii) $\measuredangle G_oC = -\pi \iff \measuredangle\left(\frac{e^{-0,25j\omega}}{j\omega}\right) = -\pi$

$$\iff -\frac{\pi}{2} - 0.25\,\omega = -\pi$$

$$\iff \omega = 2\pi \approx 6.3$$

$$\Rightarrow |G_oC|_{\omega=2\pi} = \frac{1}{2\pi} \approx \frac{1}{6.3} \approx 0.16 < 1$$

Por tanto, el diagrama de Nyquist es de la forma:



Por tanto, NO se encierra el punto (-1,0) $\Rightarrow$ $N=0$ y G_0C no tiene polos en el SPD abierto $\Rightarrow$ $P=0$

$N = Z - P \Leftrightarrow Z = N + P = 0$

es decir, NO hay polos inestables de lazo cerrado

$\therefore$ el lazo es internamente estable

(b) De los diagramas de Bode anteriores:

i) $M_f = \pi + \left(-\frac{\pi}{2} - 0.25\right) = \frac{\pi}{2} - 0.25 \approx 1,32$ [rad]

ii) $M_g = |6.3|_{dB}$

(c) El retardo adicional máximo es tal que

$\measuredangle [G_0 C e^{-sT_{adicional}}]\Big|_{\omega=1} = -\pi$, pero note que la frecuencia de oscilación seguirá siendo $\boxed{\omega = 1}$

(d) Si se aumenta la ganancia hasta un valor crítico, se tendrá que:

$|K_{adicional} G_0 C|_{\omega=6.3} = 1$, pero note que la frecuencia de oscilación seguirá siendo $\boxed{\omega = 6.3}$