Nombre: Solución

JYE – 17 de marzo de 2020

ELO270 – S2 2019 – Control #5 (Fase 2, *online*)

Problema 5.1 *Considere una planta con modelo nominal:*

$$G_o(s) = \frac{K e^{-sT_d}}{(\tau s+1)^2}$$

(a) Elija valores para los parámetros de la planta tales que;

$$1 < K < 10 \qquad 0{,}1 < \tau < 1 \qquad 0{,}1 < T_d < 0{,}5$$

(b) Para la planta elegida, diseñe un controlador estabilizante y que compense perturbaciones en el rango de 0 a 10 [rad/s]

(c) Para el sistema de control obtenido determine la salida de la planta en estado estacionario cuando la referencia es $r(t) = cos(10t)$.

(a) Se eligen valores. El resto del desarrollo se muestra sin una elección particular.

(b)
- Para compensar perturbaciones se requiere que $|S_o(j\omega)| << 1$ para $\omega \in [0, 10]$
- para ello se diseña un controlador con integración para que $S_o(0) = 0$, y
- se elige ancho de banda del lazo MAYOR que 10 para que $T_o(j\omega) \approx 1$ para $\omega \in [0, 10]$
  $\Rightarrow |S_o(j\omega)| \approx 0$ en dicho rango
- dependiendo del retardo elegido se puede
  - despreciar $\Rightarrow Bw(T_o) < \frac{1}{T_d}$
  - usar aprox. de Padé (1) $\Rightarrow Bw(T_o) < \frac{3}{T_d}$
  - o usar el predictor de Smith, dado que G_o es ESTABLE.

Nombre: Solución JYE – 17 de marzo de 2020

ELO270 – S2 2019 – Control #5 (Fase 2, *online*)

Problema 5.1 *Considere una planta con modelo nominal:*

$$G_o(s) = \frac{K e^{-sT_d}}{(\tau s+1)^2}$$

(a) Elija valores para los parámetros de la planta tales que;

$$1 < K < 10 \qquad 0{,}1 < \tau < 1 \qquad 0{,}1 < T_d < 0{,}5$$

(b) Para la planta elegida, diseñe un controlador estabilizante y que compense perturbaciones en el rango de 0 a 10 [rad/s]

(c) Para el sistema de control obtenido determine la salida de la planta en estado estacionario cuando la referencia es $r(t) = cos(10t)$.

(continuación (b)):

⇒ Suponiendo "peor elección de T_d" usaremos el predictor de Smith

Consideramos la planta nominal sin retardo:

$$\overline{G}_o(s) = \frac{K}{(\tau s+1)^2} = \frac{K/\tau^2}{(s+1/\tau)^2} \quad : \quad n=2$$

Controlador con integración : $r=1$

$$\Rightarrow n_c = n-1+r = 2 \quad \Rightarrow \quad C(s) = \frac{p_2 s^2+p_1 s+p_0}{s(s+l_0)}$$

Ecuación de asignación de polos:

$$A_o(s)\,L(s) + B_o(s)\,P(s) = A_{cl}(s)$$

$$(s+1/\tau)^2\, s(s+l_0) + \frac{K}{\tau^2}(p_2 s^2+p_1 s+p_0) = (s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2)(s+a)^2$$

$\omega_n \geq 10$ $\quad$ $a > 10$

$\xi \approx 0.7$

polos dominantes que determinan el B_W

* Para simplificar se podría forzar una cancelación ESTABLE

$a = \frac{1}{\tau^2}$ y $P(s) = p_2(s+1/\tau)^2$

Nombre: Solución JYE – 17 de marzo de 2020

ELO270 – S2 2019 – Control #5 (Fase 2, *online*)

Problema 5.1 *Considere una planta con modelo nominal:*

$$G_o(s) = \frac{K e^{-sT_d}}{(\tau s + 1)^2}$$

(a) Elija valores para los parámetros de la planta tales que;

$$1 < K < 10 \qquad 0{,}1 < \tau < 1 \qquad 0{,}1 < T_d < 0{,}5$$

(b) Para la planta elegida, diseñe un controlador estabilizante y que compense perturbaciones en el rango de 0 a 10 [rad/s]

(c) Para el sistema de control obtenido determine la salida de la planta en estado estacionario cuando la referencia es $r(t) = cos(10t)$.

(continuación (b))

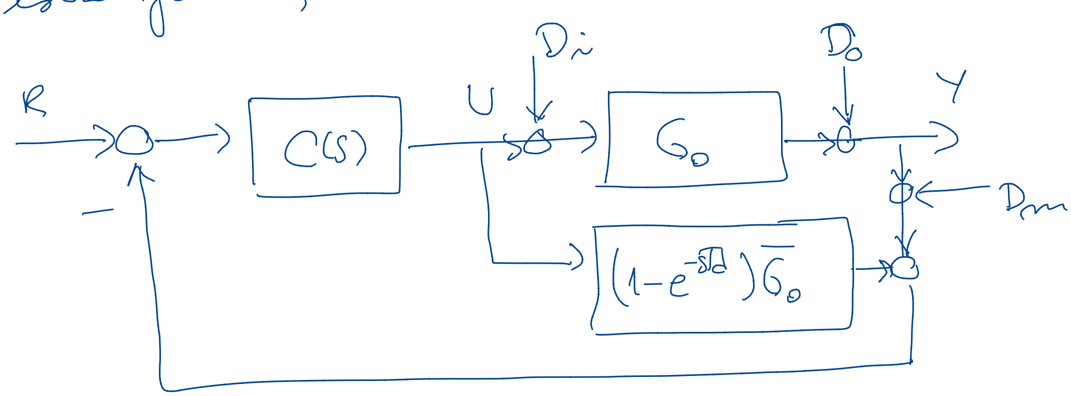
* Así por ejemplo se obtiene

$$s^2 + l_o s + \frac{K}{\tau^2} p_2 = s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2$$

$$\Rightarrow \quad l_o = 2\xi\omega_n$$

$$p_2 = \frac{\tau^2}{K}\omega_n^2$$

De esta forma, el sistema de control diseñado es



en que $\quad \overline{G}_o = \dfrac{K}{(\tau s + 1)^2} \qquad G_o = \overline{G}_o e^{-sT_d} \qquad C = \dfrac{p_2 s^2 + p_1 s + p_0}{s(s + l_o)}$

Nombre: Solución JYE – 17 de marzo de 2020

ELO270 – S2 2019 – Control #5 (Fase 2, *online*)

Problema 5.1 *Considere una planta con modelo nominal:*

$$G_o(s) = \frac{K\,e^{-sT_d}}{(\tau s + 1)^2}$$

(a) Elija valores para los parámetros de la planta tales que;

$$1 < K < 10 \qquad 0{,}1 < \tau < 1 \qquad 0{,}1 < T_d < 0{,}5$$

(b) Para la planta elegida, diseñe un controlador estabilizante y que compense perturbaciones en el rango de 0 a 10 [rad/s]

(c) Para el sistema de control obtenido determine la salida de la planta en estado estacionario cuando la referencia es $r(t) = cos(10t)$.

(c) En el esquema del predictor de Smith

$$T_o = \frac{Y}{R} = \frac{G_o C}{1 + \overline{G}_o C} = \frac{\overline{G}_o C}{1 + \overline{G}_o C} e^{-sT_d} = \overline{T}_o e^{-sT_d}$$

por tanto basta evaluar T_o en $s = j\omega$ con $\omega = 10$

$$\Rightarrow T_o(j10) = \left[\frac{B_o P}{A_{cl}} e^{-sT_d}\right]_{s=j10} = \left[\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} e^{-sT_d}\right]_{s=j10}$$

$$= |T_o(j10)| \angle \measuredangle T_o(j10)$$

$$\Rightarrow y(t) = |T_o(j10)| \cos(10t + \measuredangle T_o(j10))$$

(**) Note que si se desprecia el retardo o usando Padé;

$$T_o = \frac{Y}{R} = \frac{G_o C}{1 + G_o C} = \frac{\overline{G}_o e^{-sT_d} C}{1 + \overline{G}_o e^{-sT_d} C}$$

La cual también se evalúa en $s = j10$