

ELO270 - S2 2020 - Control #2

Problema 2.1 Considere una planta con modelo nominal $G_o(s) = \frac{b_o}{s}$, en que $b_o > 0$. Se desea controlarla de manera de lograr buen seguimiento a referencias constantes. Se sabe que hay perturbaciones de salida con energía en la banda $\omega \leq 2$ [rad/s] y que la salida de la planta es medible pero con ruido no despreciable en la banda $\omega \geq 5$ [rad/s]. Además el actuador disponible limita la actuación a $-3 \leq u(t) \leq 3$.

- (a) Si es posible, determine un controlador de lazo abierto "adecuado" en base a la información disponible.
- (b) Para un lazo de control estándar con un grado de libertad, determine **todas** las condiciones que debe satisfacer el controlador y/o las funciones de sensibilidad del lazo en base a la información disponible.
- (c) Si se elige un controlador (en lazo cerrado) de tipo PI, es decir, de la forma $C(s) = K_p + \frac{K_i}{s}$, determine todas los polos de lazo cerrado y todas las funciones de sensibilidad.
- (d) **Bonus:** Elija valores "adecuados" de K_p y K_i (en función de b_o) en base a la información disponible y grafique aproximadamente la respuesta del lazo a un escalón unitario en la referencia.

(a) La planta es **INESTABLE** (polo en $s=0$) por tanto no puede controlarse en lazo abierto ✓

(b) El lazo debe ser internamente **ESTABLE**

(\Rightarrow) T_o, S_o, S_{no}, S_{no} son ESTABLES

(\Leftrightarrow) $Acl(s)$ tiene **TODAS** sus raíces en el semiplano izquierdo abierto ✓

• Para buen seguimiento a referencia constante $T_o(0) = 1$ ✓
 Esto se garantiza con $C(0) = \infty$, es decir, polo en $s=0$
 (aunque en este caso lo garantiza la planta pues $G_o(0) = \infty$)

• Para compensar perturbaciones de salida $|S_o(j\omega)| \approx 0$ ✓
 para $\omega \leq 2 \Leftrightarrow T_o(j\omega) \approx 1$ al menos para $\omega \leq 2$

• Para no amplificar el ruido de medición en la salida $y(t)$:
 $|T_o(j\omega)| < 1$ para $\omega \geq 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ✓

• Para no exceder el límite de la actuación, se debe limitar $B_w(T_o)$ de manera que $|S_{no}(\infty)| < 3$ ✓
 así al menos cuando $r(t) = u(t)$ no se excede el límite $|u(t)| < 3$

ELO270 - S2 2020 - Control #2

Problema 2.1 Considere una planta con modelo nominal $G_o(s) = \frac{b_o}{s}$, en que $b_o > 0$. Se desea controlarla de manera de lograr buen seguimiento a referencias constantes. Se sabe que hay perturbaciones de salida con energía en la banda $\omega \leq 2$ [rad/s] y que la salida de la planta es medible pero con ruido no despreciable en la banda $\omega \geq 5$ [rad/s]. Además el actuador disponible limita la actuación a $-3 \leq u(t) \leq 3$.

- (a) Si es posible, determine un controlador de lazo abierto "adecuado" en base a la información disponible.
- (b) Para un lazo de control estándar con un grado de libertad, determine **todas** las condiciones que debe satisfacer el controlador y/o las funciones de sensibilidad del lazo en base a la información disponible.
- (c) Si se elige un controlador (en lazo cerrado) de tipo PI, es decir, de la forma $C(s) = K_p + \frac{K_i}{s}$, determine todas los polos de lazo cerrado y todas las funciones de sensibilidad.
- (d) **Bonus:** Elija valores "adecuados" de K_p y K_i (en función de b_o) en base a la información disponible y grafique aproximadamente la respuesta del lazo a un escalón unitario en la referencia.

(c) $G_o = \frac{b_o}{s}$ $C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} = \frac{K_p s + K_i}{s}$

$\Rightarrow A_d(s) = A_o L + B_o P = s^2 + b_o K_p s + b_o K_i$ ✓
 polos de lazo cerrado en $p_{1,2} = \frac{-b_o K_p \pm \sqrt{b_o^2 K_p^2 - 4 b_o K_i}}{2}$

$G_o C = \frac{b_o (K_p s + K_i)}{s^2}$

$\Rightarrow S_o = \frac{1}{1 + G_o C} = \frac{s^2}{s^2 + b_o K_p s + b_o K_i}$ ✓

$T_o = \frac{G_o C}{1 + G_o C} = 1 - S_o = \frac{b_o K_p s + b_o K_i}{s^2 + b_o K_p s + b_o K_i}$ ✓

$S_{i0} = \frac{G_o}{1 + G_o C} = G_o S_o = \frac{b_o s}{s^2 + b_o K_p s + b_o K_i}$ ✓

$S_{no} = \frac{C}{1 + G_o C} = C S_o = \frac{s (K_p s + K_i)}{s^2 + b_o K_p s + b_o K_i}$ ✓

ELO270 – S2 2020 – Control #2

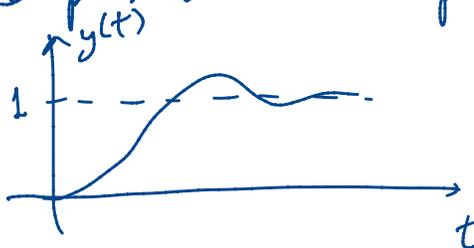
Problema 2.1 Considere una planta con modelo nominal $G_o(s) = \frac{b_o}{s}$, en que $b_o > 0$. Se desea controlarla de manera de lograr buen seguimiento a referencias constantes. Se sabe que hay perturbaciones de salida con energía en la banda $\omega \leq 2$ [rad/s] y que la salida de la planta es medible pero con ruido no despreciable en la banda $\omega \geq 5$ [rad/s]. Además el actuador disponible limita la actuación a $-3 \leq u(t) \leq 3$.

- (a) Si es posible, determine un controlador de lazo abierto “adecuado” en base a la información disponible.
- (b) Para un lazo de control estándar con un grado de libertad, determine **todas** las condiciones que debe satisfacer el controlador y/o las funciones de sensibilidad del lazo en base a la información disponible.
- (c) Si se elige un controlador (en lazo cerrado) de tipo PI, es decir, de la forma $C(s) = K_p + \frac{K_i}{s}$, determine todas los polos de lazo cerrado y todas las funciones de sensibilidad.
- (d) **Bonus:** Elija valores “adecuados” de K_p y K_i (en función de b_o) en base a la información disponible y grafique aproximadamente la respuesta del lazo a un escalón unitario en la referencia.

(d) Note que de la información disponible:
 $B_w(\omega) \geq 2$ (por perturbación de salida)
 $B_w(\omega) \leq 5$ (por ruido de medición)

⇒ En $A_d(s) = s^2 + b_o k_p s + b_o k_i$ conviene elegir k_p y k_i de manera que ancho de banda determinado por polo dominante esté entre 2 y 5 $[\frac{rad}{s}]$

Gráfico aproximado de respuesta a escala de referencia



↙ con escala de tiempo y oscilación amortiguada o no consistente con la elección del $A_d(s)$ anterior