ELO270 – S2 2020 – Control #4

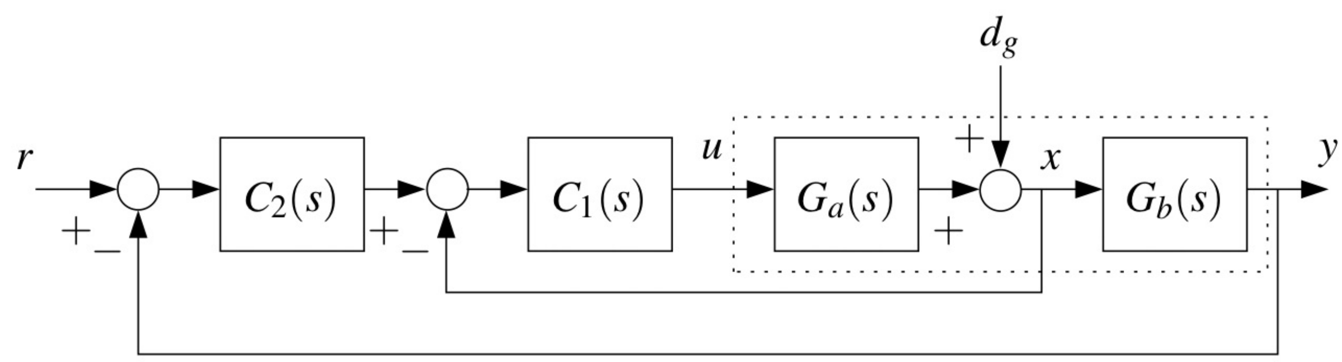
Problema 4.1 *En el lazo de control en cascada de la figura, $K > 0$, $p > 0$ y*

(10)

$$C_2(s) = \frac{K(s+p)}{s} \qquad C_1(s) = 2p \qquad G_a(s) = \frac{1}{s-p} \qquad G_b(s) = \frac{1}{s}$$

(4) (a) *Determine si el sistema de control es internamente estable.*

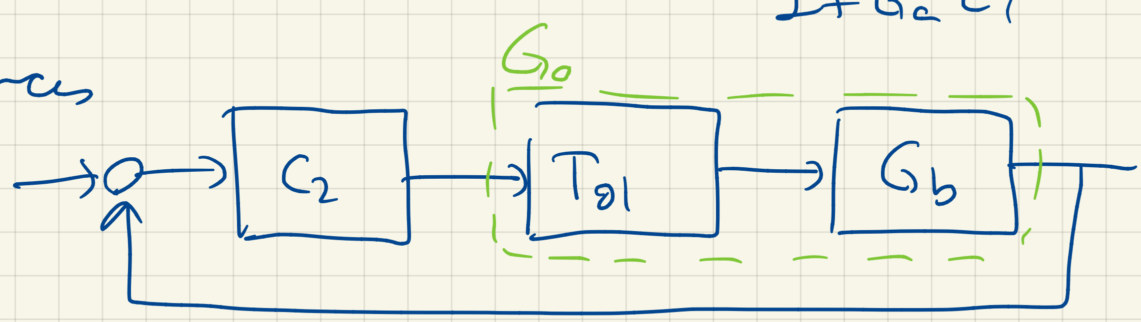
(b) *Determine $u(0^+)$ cuando $d_g(t) = \mu(t)$.*



(a) La función de sensibilidad complementaria del lazo interno es

$$T_{o1}(s) = \frac{G_a C_1}{1 + G_a C_1} = \frac{2p}{s+p}$$

Entonces



$$G_o = T_{o1} G_b = \frac{2p}{(s+p)s} = \frac{B_o}{A_o}$$

$$C_2 = \frac{(s+p)}{s} = \frac{P}{L}$$

$$\Rightarrow \quad A_{cl} = A_o L + B_o P$$

$$= (s+p)s \cdot s + 2p \cdot K(s+p) =$$

$$= (s+p)(s^2 + 2Kp)$$

polos: $s_1 = -p$ (estable)

$s_{2,3} = \pm j\sqrt{2Kp}$ (¡inestables!)

Por tanto, el sistema de control es <u>inestable</u>.

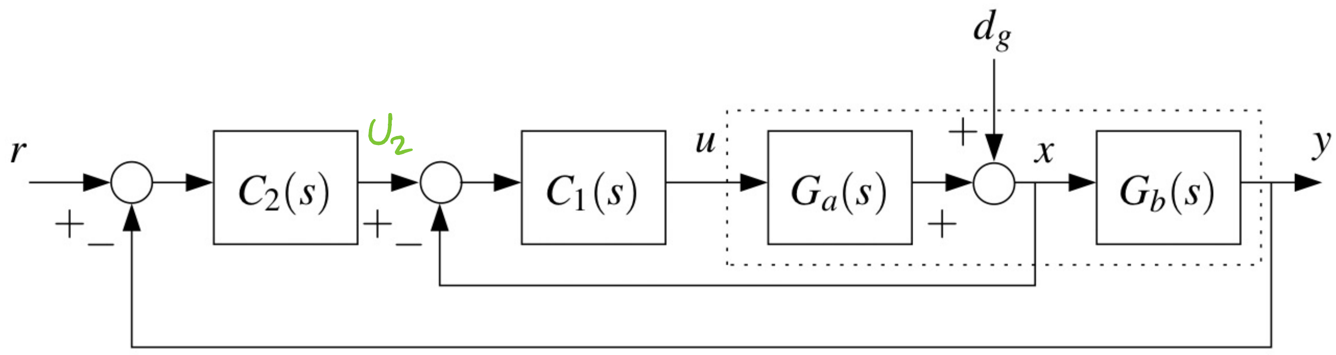
ELO270 – S2 2020 – Control #4

Problema 4.1 *En el lazo de control en cascada de la figura, $K > 0$, $p > 0$ y*

$$C_2(s) = \frac{K(s+p)}{s} \qquad C_1(s) = 2p \qquad G_a(s) = \frac{1}{s-p} \qquad G_b(s) = \frac{1}{s}$$

(a) Determine si el sistema de control es internamente estable.

(6) *(b) Determine $u(0^+)$ cuando $d_g(t) = \mu(t)$.*



→ Por ecs:

$X = D_g + G_a U$

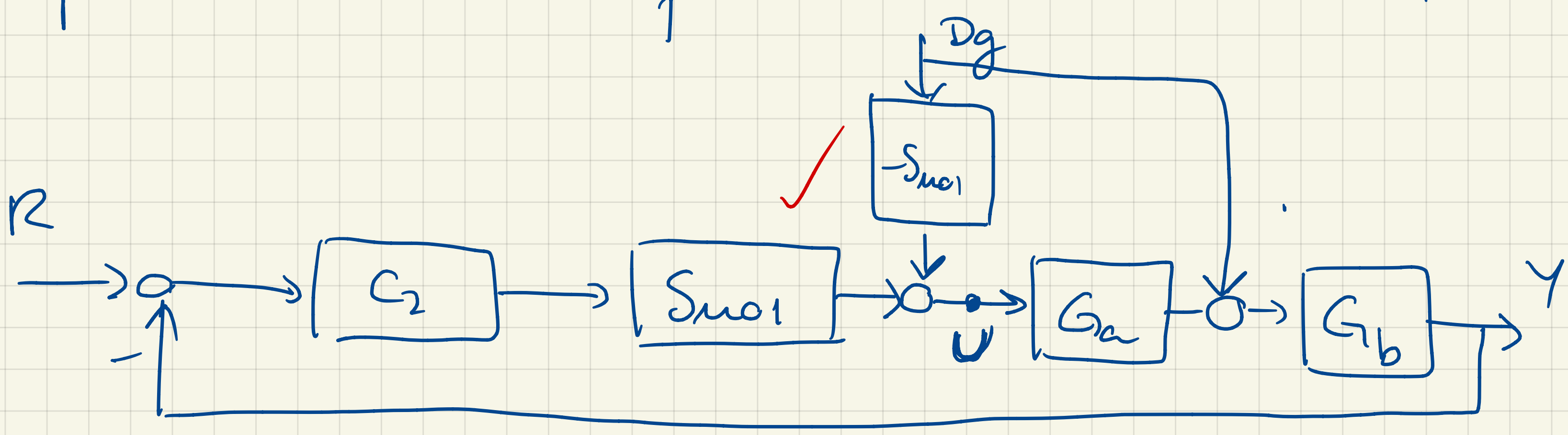
$U = C_1 U_2 - X$

$U_2 = C_2(\cancel{R}^{0} - Y)$

$Y = G_b X$

→ Obtener $\frac{U}{D_g}$ (eliminar X, Y, U_2)

(b) Para determinar $\frac{U}{D_g}$ es conveniente usar las funciones de sensibilidad para representar el esquema en cascada:



en que $S_{uo1} = \dfrac{C_1}{1 + G_a C_1} = \dfrac{2p(s-p)}{s+p}$

$$\frac{U}{D_g} = \underbrace{\frac{-S_{uo1} + G_b C_2 S_{uo1}}{1 + G_a G_b C_2 S_{uo1}}}_{H(s)} = \frac{\frac{2p(s-p)}{s+p}\left(-1 + \frac{1}{s}\frac{K(s+p)}{s}\right)}{1 + \frac{1}{\cancel{(s-p)}}\frac{1}{s}\frac{K\cancel{(s+p)}}{s}\frac{2p\cancel{(s-p)}}{\cancel{s+p}}}$$

$$= \frac{2p(s-p)(-s^2 + Ks + Kp)}{(s+p)(s^2 + 2Kp)}$$

$d_g(t) = \mu(t) \Leftrightarrow D_g(s) = \frac{1}{s}$

$$u(0^+) = \lim_{s\to\infty} sU(s) = \lim_{s\to\infty} s\left(\frac{H(s)}{s}\right) = H(\infty) = -2p$$

Teorema Valor Inicial

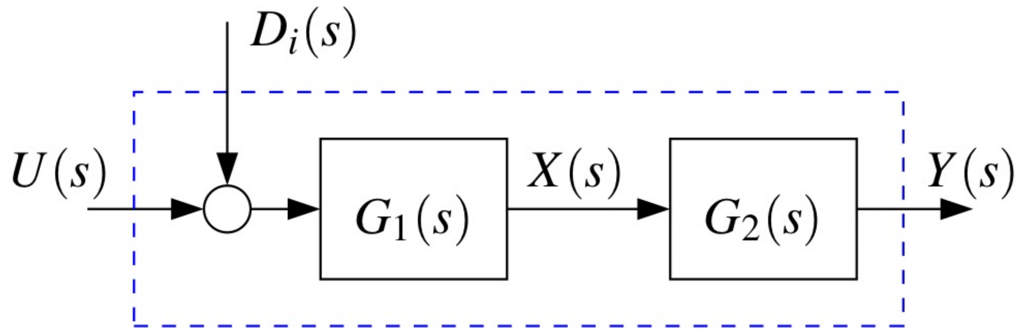
Problema 4.2 *Considere una planta como en la figura en que*

(10)

$$G_1(s) = G_2(s) = \frac{1}{s}$$

Se sabe que la perturbación $d_i(t)$ es de baja frecuencia y que se puede medir $y(t)$ con ruido no despreciable a contar de B [rad/s], pero $x(t)$ se puede medir con ruido no despreciable a contar de $2B$[rad/s].

Indique cómo diseñaría cada bloque de un sistema de control adecuado en base a la información disponible.



Requisitos de diseño:

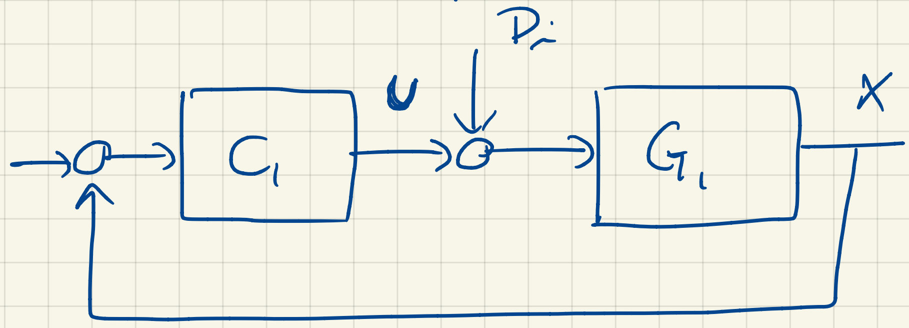
- Perturbación de baja frecuencia: $C(s)$ con integración para garantizar $S_{io}(0) = 0$ y $S_o(0) = 0$

- Medición de $y(t)$ con ruido a contar de B [$\frac{rad}{s}$] entonces ancho de banda del lazo debe ser MENOR que B $\left[\frac{rad}{s}\right]$

- Medición de $x(t)$ con ruido a contar de $2B$ $\left[\frac{rad}{s}\right]$ entonces puede usarse control en cascada para mejorar desempeño del lazo

- No se indica si $d_i(t)$ es medible, si lo fuera, puede usarse prealimentación de perturbación

Diseño de bloques:



C_1 | $G_1(s) = \frac{1}{s}$ $(n=1)$

$C_1(s)$ c/integración $(r=1)$

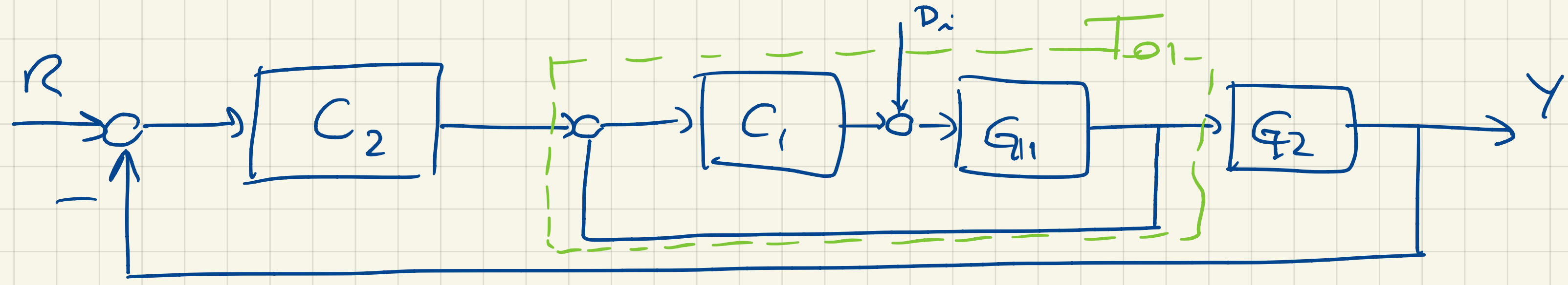
$\Rightarrow n_p = n_l = n - 1 + r = 1 \Rightarrow C(s) = \frac{p_1 s + p_0}{s}$ (control PI)

Se resuelve la ec. diofantina:

$$A_{o1} L_1 + B_{o1} P_1 = A_{cl1}$$
$$s \cdot s + 1(p_1 s + p_0) = s^2 + 2\xi_1 \omega_{n1} s + \omega_{n1}^2$$

Para garantizar ancho de banda $\begin{cases} \omega_{n1} = 2B \\ \xi \approx 0.7 \end{cases}$

C_2



Se considera la planta: $G_o = T_{o1} \cdot G_2$

en que $T_{o1} = \dfrac{G_1 C_1}{1 + G_1 C_1}$

$$\Rightarrow \quad G_o = \frac{p_1 s + p_0}{s^2 + 2\xi_1 \omega_{n_1} s + \omega_{n_1}^2} \cdot \frac{1}{s} = \frac{B_{o2}}{A_{o2}}$$

$(n = 3)$

Elegimos $C_2(s)$ con integración, para compensar perturbaciones y garantizar buen seguimiento. $(r = 1)$

$$\Rightarrow n_p = n_e = n - 1 + r = 3 \Rightarrow C_2(s) = \frac{\bar{p}_3 s^3 + \bar{p}_2 s^2 + \bar{p}_1 s + \bar{p}_0}{s(s^2 + \bar{l}_1 s + \bar{l}_0)} = \frac{P_2}{L_2}$$

(Por simplicidad, se pueden cancelar polos de T_{o1})

Ec. diofantina: $A_{o2} L_2 + B_{o2} P_2 = A_{cl2}$

$$(s^2 + 2\xi_1 \omega_{n_1} s + \omega_{n_1}^2)\left[s^2(s^2 + \bar{l}_1 s + \bar{l}_0) + (p_1 s + p_0)(\tilde{p}_1 s + \tilde{p}_0)\right]$$

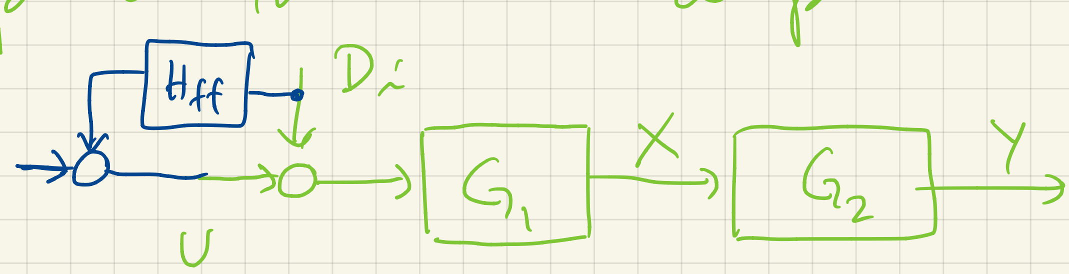
$$= \underbrace{(s^2 + 2\xi_2 \omega_{n2} s + \omega_{n2}^2)}_{\text{polos dominantes}} \underbrace{(s^2 + 2\xi_1 \omega_{n_1} s + \omega_{n_1}^2)}_{\text{cancelaciones}} \underbrace{(s+a)^2}_{\text{polos rápidos}}$$

$\omega_{n2} = B$

$\xi \approx 0.7$

(para garantizar ancho de banda)

(*) Adicionalmente, si di es medible, se podría usar prealimentación de perturbación



Note que puede elegirse $H_{ff}(s) = -1$

o bien, si hay ruido $H_{ff}(s) = \dfrac{-1}{\tau s + 1}$ τ pequeño