

---

**ELO370 - S1 2022 - Control #3 - 12 de junio de 2022**


---

**Problema 3.1** Considere una planta con función transferencia (en tiempo continuo) dada por

$$G_o(s) = \frac{5}{2s+1} e^{-0.01s}$$

Supongo que se utiliza un retentor de orden cero (ZOH) y muestreo instantáneo de su salida.

(a) Si la se controla con un periodo de muestreo  $T_s = 0,1$  y controlador PI digital con función transferencia

$$C(z) = \frac{K_p(z-p_o)}{z-1}$$

en que  $K_p = 0,8$  y  $p_o = 0,95$ , determine aproximadamente el ancho de banda del lazo resultante.

(b) Proponga un esquema de control digital que permita multiplicar por 10 el ancho de banda del lazo anterior (controlador y periodo de muestreo).

(a) La función transferencia de pulso es:

$$G_{og}(z) = \frac{5(1 - e^{-0.5 \cdot 0.1})}{z - e^{-0.5 \cdot 0.1}}$$

$$\approx \frac{5 \cdot 0.05}{z - 0.95} = \frac{B_o(z)}{A_c(z)}$$

en fin se ha despreciado el retardo pues es muy pequeño comparado con  $T_s = 0.1$

El controlador es  $C(z) = \frac{0.8(z-0.95)}{z-1} = \frac{P(z)}{L(z)}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow A_d(z) &= A_c(z)L(z) + B_o(z)P(z) \\ &= (z-0.95)[z-1 + 0.25 \cdot 0.8] \\ &= (z-0.95)(z-0.8) \end{aligned}$$

pole cancelado entre  $G_o$  y  $C$

pole dominante de  $T_o(z)$

Para obtener el ancho de banda, consideramos el mapeo  $z = e^{sT_s} \Rightarrow 0.8 = e^{p \cdot 0.1} \approx 1 + p \cdot 0.1$

$$\Rightarrow p \approx -2$$

$\Rightarrow$  Ancho de banda es aproximadamente  $2 \left[ \frac{\text{rad}}{s} \right]$

## ELO370 - S1 2022 - Control #3 - 12 de junio de 2022

**Problema 3.1** Considere una planta con función transferencia (en tiempo continuo) dada por

$$G_o(s) = \frac{5}{2s+1} e^{-0.01s}$$

Supongo que se utiliza un retentor de orden cero (ZOH) y muestreo instantáneo de su salida.

(a) Si la se controla con un periodo de muestreo  $T_s = 0,1$  y controlador PI digital con función transferencia

$$C(z) = \frac{K_p(z-p_o)}{z-1}$$

en que  $K_p = 0,8$  y  $p_o = 0,95$ , determine aproximadamente el ancho de banda del lazo resultante.

(b) Proponga un esquema de control digital que permita multiplicar por 10 el ancho de banda del lazo anterior (controlador y periodo de muestreo).

(b) Para obtener un lazo de control de ancho de banda de  $20 \text{ [rad/s]}$  podemos hacer un diseño en continuo y luego discretizarlo con una alta tasa de muestreo.

- Ancho de banda  $20 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow$  polo dominante en  $s = -20$
- Retardo: se puede despreciar, introduciendo error de modelado para  $\omega \geq \frac{1}{0.01} = 100 \text{ [rad/s]}$

Asignación de polos en tiempo continuo:

$$G_o(s) = \frac{5}{2s+1} = \frac{2.5}{s+0.5} = \frac{B_o(s)}{A_o(s)} \quad (n=1)$$

Mantenernos un controlador con integración ( $r=1$ )

$$\Rightarrow n_c = n - 1 + r = 1 \Rightarrow C(s) = \frac{P(s)}{L(s)} = \frac{P_1 s + P_0}{s} \quad (\text{PI de tiempo continuo})$$

$$\Rightarrow A_d(s) = A_o(s) L(s) + B_o(s) P(s)$$

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = (s+0.5)s + 2.5(p_1 s + p_0)$$

$$\text{en que } \zeta \approx 0.7 \quad = s^2 + (0.5 + 2.5 p_1) s + 2.5 p_0$$

$$\omega_n = 20$$

$$\begin{cases} p_1 = \frac{1}{2.5} (28 - 0.5) \approx 11 \\ p_0 = \frac{400}{2.5} = 160 \end{cases}$$

$$\Rightarrow C(s) = \frac{11s + 160}{s}$$



## ELO370 - S1 2022 - Control #3 - 12 de junio de 2022

**Problema 3.1** Considere una planta con función transferencia (en tiempo continuo) dada por

$$G_o(s) = \frac{5}{2s+1} e^{-0.01s}$$

Supongo que se utiliza un retentor de orden cero (ZOH) y muestreo instantáneo de su salida.

(a) Si la se controla con un periodo de muestreo  $T_s = 0,1$  y controlador PI digital con función transferencia

$$C(z) = \frac{K_p(z-p_o)}{z-1}$$

en que  $K_p = 0,8$  y  $p_o = 0,95$ , determine aproximadamente el ancho de banda del lazo resultante.

(b) Proponga un esquema de control digital que permita multiplicar por 10 el ancho de banda del lazo anterior (controlador y periodo de muestreo).

(b) (continuación)

Para discutir el controlador PI se puede usar, por ejemplo, Euler pero eligiendo una frecuencia de muestreo suficientemente alta.

Pdos de lazo cerrado en  $\omega_c \approx 20 \left[ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$

$\Rightarrow$  frecuencia de Nyquist  $\omega_n \geq 200 \left[ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$

$\Rightarrow$  período de muestreo  $\frac{T_c}{T_s} \geq 200$

$\Rightarrow T_s \leq \frac{3.14}{200} \approx 0.015$

Por ejemplo,  $T_s = 10^{-2} = 10 \text{ [ms]}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow C(z) &= \frac{11 \left( \frac{z-1}{10^{-2}} \right) + 160}{\frac{z-1}{10^{-2}}} = \frac{11z - 11 + 1.6}{z-1} \\ &= \frac{11z - 9.4}{z-1} \end{aligned}$$