ELO370 – S1 2022 – Control #4

Problema 4.1 *Considere una planta con función transferencia (en tiempo continuo) dada por*

$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$

Se sabe que la planta debe seguir referencias tipo escalón.
Suponga que se utiliza un retentor de orden cero (ZOH) y muestreo instantáneo de su salida.

(a) Diseñe un esquema de realimentación del estado observado, tal que el ancho de banda del lazo cerrado sea al menos 5 [rad/s].

(b) Si existe una perturbación de entrada de tipo escalón unitario, determine su efecto en estado estacionario en la salida de la planta.

(A) Para que el ancho de banda del lazo cerrado sea al menos 5 $\frac{rad}{s}$ podemos elegir $T_s = 0.1 \Rightarrow \omega_m = \frac{\pi}{T_s} \approx 31 \left[\frac{rad}{s}\right]$

y usamos $z = e^{sT_s}$ con $s = -5 \Rightarrow z = e^{-0.5} \approx 1 - 0.5 + \frac{0.25}{2}$
≈ 0.6

Por tanto $z = 0.6$ deben estar los polos dominantes del lazo.

En un esquema de realimentación de estado los polos del lazo están en las raíces de

$$A_{cl} = \det(zI - A + JC) \cdot \det(zI - A + BK)$$

Un modelo de estado de tiempo discreto es:

$$G(s) = \frac{1}{s+1} \xrightarrow{T_s = 0.1} G_q(z) = \frac{1 - e^{-0.1}}{z - e^{-0.1}} \approx \frac{0.1}{z - 0.9}$$

$$\Rightarrow \quad \begin{aligned} x[k+1] &= 0.9\, x[k] + 0.1\, u[k] \\ y[k] &= x[k] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad A = 0.9 \qquad B = 0.1$$
$$C = 1$$

ELO370 – S1 2022 – Control #4

Problema 4.1 *Considere una planta con función transferencia (en tiempo continuo) dada por*

$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$

Se sabe que la planta debe seguir referencias tipo escalón.
Suponga que se utiliza un retentor de orden cero (ZOH) y muestreo instantáneo de su salida.

(a) Diseñe un esquema de realimentación del estado observado, tal que el ancho de banda del lazo cerrado sea al menos 5 [rad/s].

(b) Si existe una perturbación de entrada de tipo escalón unitario, determine su efecto en estado estacionario en la salida de la planta.

(a) (continuación) Por tanto en la ecuación de asignación de polos

$$\det(zI - A + JC)\det(zI - A + BK) = A_{cl}(z)$$

A, C, B son escalares

$$(z - 0.9 + J)(z - 0.9 + 0.1K) = (z-0.5)(z-0.6)$$

$$\Rightarrow \quad J = 0.4 \quad y \quad K = 3$$

El observador es

$$\hat{x}[k+1] = 0.9\,\hat{x}[k] + 0.1\,u[k] + 0.4\left(y[k] - \hat{x}[k]\right)$$
$$= 0.5\,\hat{x}[k] + 0.1\,u[k] + 0.4\,y[k]$$

y la realimentación es

$$u[k] = -K\hat{x}[k]$$
$$= -3\,\hat{x}[k]$$

ELO370 – S1 2022 – Control #4

Problema 4.1 *Considere una planta con función transferencia (en tiempo continuo) dada por*

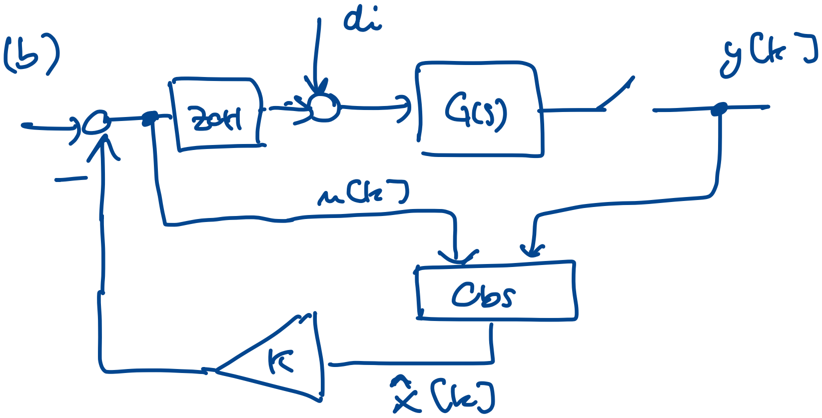
$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$

Se sabe que la planta debe seguir referencias tipo escalón.
Suponga que se utiliza un retentor de orden cero (ZOH) y muestreo instantáneo de su salida.

(a) *Diseñe un esquema de realimentación del estado observado, tal que el ancho de banda del lazo cerrado sea al menos 5 [rad/s].*

(b) *Si existe una perturbación de entrada de tipo escalón unitario, determine su efecto en estado estacionario en la salida de la planta.*

(b)



⊛ Note que la perturbación entra a la planta pero <u>NO</u> la ve el observador.

En estado estacionario tenemos las ecuaciones

$$\text{planta}\begin{cases} x_{ee} = 0.9\,x_{ee} + 0.1\,(u_{ee} + d_i) & (1)\\ y_{ee} = x_{ee} & (2)\end{cases}$$

$$\text{obs}: \quad \hat{x}_{ee} = 0.5\,\hat{x}_{ee} + 0.1\,u_{ee} + 0.4\,y_{ee} \qquad (3)$$

$$\text{feedback}: \quad u_{ee} = -3\,\hat{x}_{ee} \qquad (4)$$

(2) y (4) en (1): $0.1\,y_{ee} = 0.1\,(-3\hat{x}_{ee}) + 0.1\,d_i$ (A)

(4) en (3): $0.5\,\hat{x}_{ee} = 0.1\,(-3\hat{x}_{ee}) + 0.4\,y_{ee}$ (B)

(B) $\hat{x}_{ee} = 0.5\,y_{ee} \Rightarrow 0.1\,y_{ee} = -0.3\,(0.5\,y_{ee}) + 0.1\,d_i$

$$\boxed{y_{ee} = 0.4\,d_i}$$

Si $d_i[k] = \mu[k] \Rightarrow y_{ee} = 0.4$