

Métodos Matemáticos en Control Automático. II Semestre 2011

Tarea #2.

Problema 2.1 Para las siguientes funciones

$$f_1(z) = \frac{1}{|z| - 0,5}$$

$$f_2(z) = \frac{\sin z}{z}$$

$$f_3(z) = ze^{1/z}$$

$$f_4(z) = \frac{\cos z}{z}$$

determine

1. Los puntos en que son analíticas.
2. Los tipos de singularidades que poseen.
3. La integral $\oint_{|z|=1} f_\ell(z) dz$

Problema 2.2 Sea la secuencia $f[k] = 2^k$, para todo $k \in \mathbb{Z}$.

1. Determine $F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f[k]z^{-k}$ y su región de convergencia para $z \in \mathbb{C}$.
2. Determine $f_1[k] = \frac{1}{2\pi j} \oint_{|z|=\rho} F(z)z^{k-1} dz$, para todo $k \in \mathbb{Z}$, en que $\rho > 2$.
3. Determine $f_2[k] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(e^{j\theta})e^{j\theta k} d\theta$, para todo $k \in \mathbb{Z}$.
4. Grafique $f[k]$, $f_1[k]$ y $f_2[k]$. Comente.

Problema 2.3 Sea \mathcal{X} el espacio vectorial de las funciones de transferencia $F(s)$ racionales estrictamente propias, sin polos en el eje $s = j\omega$.

1. Demuestre que

$$\langle F(s), G(s) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(-j\omega)G(j\omega)d\omega$$

es un producto interno.

2. Si $F_\ell(s) = \frac{k_\ell}{s - p_\ell}$, en que $k_\ell, p_\ell \in \mathbb{R}$, determine $\|F_\ell(s)\|$ en que la norma es la inducida por el producto interno.
3. Usando la definición de $F_\ell(s)$, determine bajo qué condiciones $F_1(s) \perp F_2(s)$.