Métodos Matemáticos en Control Automático. II Semestre 2011
Tarea #3.

Problema 2.1 *Sea X el espacio de las funciones reales continuas definidas en el intervalo* $[0,1]$*, donde se definen:*

$$d_1(x,y) = \int_0^1 |x(t) - y(t)|dt$$
$$d_\infty(x,y) = \max_{t\in[0,1]} |x(t) - y(t)|$$

1. *Demuestre que* d_1 *y* d_∞ *son métricas en el espacio* X.
2. *Demuestre que* (X, d_1) *no es completo*
3. *Demuestre que* (X, d_∞) *es completo*

Problema 2.2 *Sea* $\mathscr{L}_2(j\mathbb{R})$ *el espacio de las funciones complejas tales que*

$$\int_{-\infty}^{\infty} |F(j\omega)|^2 d\omega < \infty$$

con el producto interno

$$\langle F, G\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} F(-j\omega)G(j\omega)d\omega$$

1. *Demuestre que* $\mathscr{L}_2(j\mathbb{R})$ *es un espacio de Hilbert*

Problema 2.3 *Considere un sistema lineal con representación en variables de estado*

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

con estado inicial $x(0) = x_o$*. Discuta bajo qué condiciones la salida del sistema pertenece a* $\mathscr{L}_2(0,\infty)$ *cuando la entrada* $u(t)$ *pertenece a* $\mathscr{L}_2(0,\infty)$.