Métodos Matemáticos en Control Automático. II Semestre 2011
Tarea #4

Problema 3.1 *Sean los espacios:* $\mathscr{V} = \mathbb{R}^n \times \ell_2(0,N;\mathbb{R}^{\gtrdot})$ *y* $\mathscr{W} = \ell_2(0,N;\mathbb{R}^{\ltimes})$ *y el operador G definido por el sistema de tiempo discreto*

$$\begin{aligned} x[k+1] &= Ax[k] + Bu[k] \\ x[0] &= x_o \end{aligned}$$

en que A y B son matrices de dimensiones adecuadas

1. *Determine explícitamente el operador G tal que*

$$x = G(x_o, u) = G \begin{bmatrix} x_0 \\ u \end{bmatrix}$$

2. *Determine el operador adjunto asociado a G, es decir,* G^*

3. *Se definen los valores singulares* σ *del operador G y sus secuencias (o vectores) singulares asociados f y g como las soluciones de las ecuaciones simultáneas:*

$$\begin{aligned} Gf &= \sigma g \\ G^* g &= \sigma f \end{aligned}$$

   Determine una ecuación que permita obtener los valores singulares σ.

Problema 3.2 *Considere un funcional* $I : \mathbb{R}^N \times \ell^2(0,N-1;\mathbb{R}) \times \ell^2(0,N-1;\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$ *definido por*

$$I = \sum_{k=0}^{N-1} F(k, u[k], (Gu)[k])$$

en que G es un operador lineal que va $\ell^2(0,N-1;\mathbb{R})$ *a* $\ell^2(0,N-1;\mathbb{R})$

¿Es posible deducir (usando el argumento variacional) una condición necesaria para una secuencia $u = u^*$ *que minimice el funcional I?*