Métodos Matemáticos en Control Automático. II Semestre 2012
Tarea #3.

Problema 3.1 *Demuestre que el intervalo $[0,1] \subset \mathbb{R}$ es un conjunto no contable.*

Problema 3.2 *Considere el espacio*

$$X = \mathscr{L}^2_{[-1,1]} = \left\{ f(t) \in \mathbb{R}, t \in [-1,1] : \int_{-1}^{1} |f(t)|^2 dt < \infty \right\}$$

y el (sub)espacio

$$S = \operatorname{span}\{1, t, t^2\}$$

Dada la función $x(t) = 1 + \cos(2\pi t - \frac{\pi}{4})$,

1. *Determine y grafique la mejor aproximación de $x(t)$ en S en norma $\|\cdot\|_2$, es decir, en la norma inducida por el producto interna usual en $\mathscr{L}^2_{[-1,1]}$:*

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(t)g(t)dt$$

2. *Determine y grafique la mejor aproximación $x(t)$ en S en norma $\|\cdot\|_1$, es decir,*

$$\|f\|_1 = \int_{-1}^{1} |f(t)|dt$$

3. *Determine y grafique la mejor aproximación $x(t)$ en S en norma $\|\cdot\|_\infty$, es decir,*

$$\|f\|_\infty = \max_{t \in [-1,1]} |f(t)|$$

4. *Repita los tres puntos anteriores si ahora se consideran las mejores aproximaciones en el (sub)espacio*

$$\tilde{S} = S \oplus \{t^3\}$$