Métodos Matemáticos en Control Automático. II Semestre 2013
Tarea #3

Problema 2.1 *Considere una función de transferencia de segundo orden resonante:*

$$G(s) = \frac{K(s+c)}{s^2 + 2\xi\omega_o s + \omega_o^2}$$

elija valores para $K > 0$, $c > 0$, $0 < \xi < 0{,}707$, $\omega_o > 0$.

Se desea encontrar la ***mejor aproximación*** *a dicho sistema por un modelo de primer orden, es decir, por una función de transferencia:*

$$\tilde{G}(s) = \frac{b_o}{s + a_o}$$

en que a_o *y* b_o *son parámetros a determinar.*

Para ello se proponen diferentes opciones:

- *En frecuencia, minimizar* $\|G - \tilde{G}\|_p$, *en que*

$$\|F\|_p = \left(\int_{-\infty}^{\infty} |F(j\omega)|^p d\omega \right)^{1/p} \tag{1}$$

- *En frecuencia, incluir una ponderación que asegure error cero a continua, es decir, minimizar*

$$\left\| \frac{G(s) - \tilde{G}(s)}{s} \right\|_p \tag{2}$$

- *En el tiempo, minimizar el error entre las respuestas a escalón de* $G(s)$ *y* $\tilde{G}(s)$, *es decir,*

$$\left\| h(t) - \tilde{h}(t) \right\|_p \tag{3}$$

  en que

$$\|f(t)\|_p = \left(\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^p dt \right)^{1/p}$$

  y

$$h(t) = \mathscr{L}^{-1}\left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} \qquad \tilde{h}(t) = \mathscr{L}^{-1}\left\{ \frac{\tilde{G}(s)}{s} \right\}$$

Preguntas

1. *Demuestre que, cuando* $p = 2$, *minimizar* (2) *y minimizar* (3) *es equivalente.*
2. *Generalmente se consideran sólo los casos* $p = 2$ *y* $p \to \infty$, *tanto en el tiempo como en frecuencia. En ocasiones se puede considerar también* $p = 1$.

   Determine al menos 3 posibles aproximaciones diferentes $\tilde{G}(s)$ *para* $G(s)$ *(de las posibles con* $p = 1, 2$ *o* ∞, *y en el tiempo o en frecuencia)*
3. *Compare tanto en el tiempo como en frecuencia las aproximaciones hechas.*

   Comente y discuta los resultados obtenidos.

JYE – 3 de diciembre de 2013