Métodos Matemáticos en Control Automático. II Semestre 2014
Tarea #4: Opcional

Problema 3.1 *Considere el espacio* $\mathscr{R}\mathscr{L}_2$ *de las funciones racionales (con coeficientes reales) en la variable compleja* z *tal que la norma*

$$\|F\|_2 = \sqrt{\int_{-\pi}^{\pi} |F(e^{j\theta})|^2 d\theta} < \infty$$

a) *Demuestre que la norma es inducida por el producto interno*

$$\langle F, G \rangle = \int_{-\pi}^{\pi} \overline{G(e^{j\theta})} F(e^{j\theta}) d\theta$$

b) *Se define* $\mathscr{R}\mathscr{H}_2$ *como el espacio de las funciones racionales analíticas fuera del disco unitario. Determine la descomposición de*

$$F(z) = \frac{z^2 + z + 1}{(z - 0{,}5)(z - 2)} = F_s(z) + F_u(z)$$

en que $F_s \in \mathscr{R}\mathscr{H}_2$ *y* $F_u \in (\mathscr{R}\mathscr{H}_2)^\perp$

Problema 3.2 *Considere el operador*

$$\begin{aligned} T : \mathbb{R}^n \times \mathscr{L}_2([0,T]) &\to \mathscr{L}_2([0,T]) \\ (x_o, u) &\mapsto y(t) = Ce^{At} x_o + C \int_0^t e^{A(t-\tau)} B u(\tau) d\tau \end{aligned}$$

en que $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ *y* $B, C^T \in \mathbb{R}^n$

a) *Determine la norma de* T

b) *Determine el operador adjunto* T^*

Problema 3.3 *Considere el hiperboloide parabólico definido por* $z = y^2 - x^2$. *Determine la curva de menor longitud que une los puntos* $A = (1, 0, -1)$ *y* $B = (-1, 1, 0)$

JYE – 1 de diciembre de 2014