Métodos Matemáticos en Control Automático. II Semestre 2015
Tarea #4: Cálculo Variacional.

Problema 1.1. *Considere el problema isoperimétrico de encontrar la curva cerrada $r(\theta)$ que contenga la mayor área pero con un perímetro dado:*

$$Area = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} r^2 d\theta \qquad Perímetro = \int_0^{2\pi} \sqrt{r^2 + r'^2} d\theta$$

Nota: ¿Cuál es la curvatura de una curva en coordenadas polares?

Problema 1.2. *Calcule el diferencial del largo (ds) de una curva que vive en la esfera de radio unitario ($x = \sin\phi\cos\theta$, $y = \sin\phi\sin\theta$, $z = \cos\phi$); vía dos métodos:*

a) $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$

b) $ds = \sqrt{E\dot{u}^2 + F\dot{u}\dot{v} + G\dot{v}^2} dt$

, donde $E = \langle \boldsymbol{\sigma_u}, \boldsymbol{\sigma_u} \rangle$, $F = \langle \boldsymbol{\sigma_u}, \boldsymbol{\sigma_v} \rangle$ *y* $G = \langle \boldsymbol{\sigma_v}, \boldsymbol{\sigma_v} \rangle$. $\boldsymbol{\sigma}(u, v)$ *representa el vector que indica un punto en la esfera.*

Problema 1.3. *Considere los vectores* $\mathbf{\Omega}$, $\mathbf{\Sigma} \in \mathbb{R}^3$, *y el mapa* $\widehat{\ }: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{M}(n, \mathbb{R})$ *definido en clases. Pruebe que:*

$$\widehat{\mathbf{\Omega}}\widehat{\mathbf{\Sigma}} - \widehat{\mathbf{\Sigma}}\widehat{\mathbf{\Omega}} = \widehat{\mathbf{\Omega} \times \mathbf{\Sigma}}$$
