

Métodos Matemáticos en Control Automático. S2 - 2021

Tarea #2.

Problema 2.1 Considere la matriz $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, de rango $r < \min\{m, n\}$ y sea su descomposición en valores singulares

$$A = U\Sigma V^T = [U_1 \quad U_2] \left[\begin{array}{c|c} \Sigma_r & \mathbf{0}_{r \times (n-r)} \\ \hline \mathbf{0}_{(m-r) \times r} & \mathbf{0}_{(m-r) \times (n-r)} \end{array} \right] [V_1 \quad V_2]^T$$

donde $\Sigma_r = \text{diag}\{\sigma_1, \dots, \sigma_r\}$ Demuestre que

- (a) Las columnas de U_1 definen una **base** para el espacio columna de A .
 - (b) Las columnas de V_2 definen una **base** para el espacio nulo de A .
-

Problema 2.2 Dada una secuencia discreta $\{y_0, \dots, y_{N-1}\}$, la transformada de Fourier discreta se define como

$$Y_\ell = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} y_k (z_\ell)^{-k}$$

donde $z_\ell = e^{j\frac{2\pi}{N}\ell}$, $\ell = 0, \dots, N-1$.

- (a) Determine la matriz M_F asociada a la transformación.
- (b) Determine qué propiedades satisface (simétrica, ortogonal, unitaria, hermitiana, etc.).
- (c) Determine los cuatro subespacios asociados a la transformación (espacio fila, columna, nulo y nulo izquierdo). En particular, discuta si \mathbb{C}^N debe ser considerado como un espacio vectorial complejo de dimensión N o real de dimensión $2N$.