Diseño Avanzado de Sistemas de Control. II Semestre 2012
Tarea #1

El objetivo de esta tarea es revisar el modelado de sistemas en variables de estado, su discretización, la síntesis de controladores clásicos, observadores y realimentación óptima del estado observado.

Se espera que en el informe asociado se presenten resultados de análisis, simulaciones (Matlab, Mathematica, etc...) y, sobre todo, discusión crítica de los diferentes criterios de diseño empleados y sus consecuencias.

La referencia [1] está disponible en el sitio `http://lyapunov1.elo.utfsm.cl/ipd462`

El péndulo de reacción [1] puede modelarse por las siguientes ecuaciones linealizadas en torno a la posición vertical de equilibrio (inestable):

$$\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} - a\theta(t) = -b_1 i(t) \tag{1}$$

$$\frac{d^2\theta_r(t)}{dt^2} = b_0 i(t) \tag{2}$$

$$L\frac{d\,i(t)}{dt} + Ri(t) = v(t) - k\frac{d\,\theta_r(t)}{dt^2} \tag{3}$$

en que los parámetros físicos son $g = 10; m = 0{,}3; l = 0{,}12; J = 0{,}0045; J_r = 0{,}000025; L = 0{,}006; R = 12; k = 0{,}027$ y los parámetros en las ecuaciones (1)-(2) anteriores son $a = mgl/J; b_1 = k/J; b_0 = k/J_r$. La entrada manipulable del sistema es $u(t) = v(t)$ el voltaje de alimentación de un motor DC. La salida medida es $y(t) = \theta(t)$ la posición del brazo del péndulo. La corriente que alimenta al motor DC es $i(t)$ y la posición del rotor en el extremo del brazo es $\theta_r(t)$.

Problema 1.1 ***El modelo***

1. Determine un modelo de estado del sistema indicando cuál (combinación) de las variables de estado son o no controlables desde la entrada $u(t)$ y observables desde la salida $y(t)$.

2. Determine la función de transferencia del sistema indicando los polos y ceros.

3. Haga un diagrama de bloques del sistema en que se aprecien las relaciones causales entre la entrada, los diferentes estados y la salida medida.

Problema 1.2 ***Discretización***

1. Determine un modelo de estado discretizado del sistema (1)-(3), cuando la entrada es un retentor de orden cero (ZOH), eligiendo el período de muestreo de manera *adecuada*.

2. Determine la función de transferencia asociada al modelo de estado de tiempo discreto anterior.

Problema 1.3 ***Control lineal clásico***

1. Proponga un controlador lineal de tiempo discreto $C(z)$ que permita mantener el péndulo en la posición de equilibrio (inestable) (teniendo en cuenta limitaciones como overshoot, undershoot, energía de la actuación, etc...)

2. Si se incorpora un control de corriente de manera que, en estado estacionario, $i(t) = \frac{k_u}{k} u(t)$ es posible reducir el sistema despreciando la dinámica eléctrica dada por la ecuación (3). Proponga un controlador lineal de tiempo discreto $C(z)$ que permita mantener el péndulo en la posición de equilibrio (inestable) y sea robusto al error de modelado introducido.

3. ¿Es posible compensar perturbaciones de salida constantes con dichos controladores?

Problema 1.4 ***Realimentación del estado observado***

1. Suponiendo que se tiene mediciones perfectas de todas las variables de estado del sistema discreto, determine y simule la ley de control por realimentación del estado óptima que minimiza un funcional LQR con horizonte finito dado.

2. Diseñe un observador lineal que permita estimar el estado del sistema justificando claramente la elección de la ganancia de observación.

3. Simule el sistema de control que combina la ganancia de realimentación estacionaria del punto 1. con el observador del punto 2:

   - ¿Cuáles son los polos de lazo cerrado?
   - Determine el controlador clásico $C(z)$ equivalente a la realimentación de estado observado.
   - ¿Es posible compensar perturbaciones de salida constantes con esquema planteado o alguna modificación de él?

Referencias

[1] DJ Block, KJ Astrom, and MW Spong. *The reaction wheel pendulum.* Morgan and Claypool, 2007.