

Diseño Avanzado de Sistemas de Control. I Semestre 2014

Examen Final

Problema 1

Considere la función de transferencia

$$H(z) = \frac{0,4(z-4)(z-0,5)}{(z-0,8)(z-2)} \quad (1)$$

1. Determine su descomposición *inner-outer*.
2. Determine su proyección en \mathcal{H}_2 y \mathcal{H}_2^\perp .
3. Determine los operadores de Toeplitz y de Hankel asociados a la función transferencia.

Problema 2

Considere el sistema definido en variables de estado

$$x(k+1) = ax(k) + bu(k) + w(k) \quad (2)$$

$$y(k) = cx(k) + v(k) \quad (3)$$

en que $a, b, c \in \mathbb{R}$, y $w(k)$ y $v(k)$ son procesos de ruido blanco (no correlacionados entre ellos), de media cero y varianza σ_w^2 y σ_v^2 .

1. Determine el espectro estacionario de la salida y .
2. ¿Cómo puede obtenerse la estimación *óptima* de la secuencia de estado $x_N = \{x(0), \dots, x(N)\}$ dada toda la secuencia de datos de entrada y salida $\mathcal{D}_N = \{u_N, y_N\} = \{u(1), \dots, u(N), y(1), \dots, y(N)\}$?
3. ¿Cómo es posible obtener las estimaciones anteriores $\hat{x}(k|N)$ de manera recursiva a partir de las estimaciones (recursivas) que entrega el filtro de Kalman usual $\hat{x}(k|k)$?
Sugerencia: comience desde el final, es decir, ¿como se puede obtener $\hat{x}(N-1|N)$ a partir de $\hat{x}(N|N)$?

Problema 3

Sea una planta con función de transferencia

$$G[z] = \frac{z-3}{z^2} \quad (4)$$

1. Diseñe un controlador que minimice $\sum_{k=0}^{\infty} e[k]^2$ para una perturbación de tipo escalón.
2. Repita para la minimización de

$$\max_{\omega \in \mathbb{R}} |E(e^{j\omega})| \quad (5)$$

Problema 4

Un sistema de primer orden está definido por la ecuación

$$x(k+1) = -0,5x(k) + u(k) \quad (6)$$

(7)

Interesa minimizar una medida de desempeño dada por

$$J = \sum_{k=0}^2 |e[k]| \quad (8)$$

bajo las siguientes restricciones

$$-0,2 \leq x(k) \leq 0,2 \quad k = 0, 1, 2 \quad (9)$$

$$-0,1 \leq u(k) \leq 0,1 \quad k = 0, 1 \quad (10)$$

1. Haga los cálculos que permitan obtener la ley de control óptima usando programación dinámica, *cuantizando* $u(k)$ y $x(k)$ en pasos de 0.1 en torno a 0 y usando interpolación lineal.
2. Determine la ley de control óptima para un estado inicial igual a 0,2.